***Решения задач студенческой олимпиады по***

***математике БГЭУ***

***2014 год***

1. *Составить уравнение прямой, параллельной прямой  и образующей вместе с осями координат треугольник, площадь которого равна 5.*

**Решение.** Уравнение прямой, параллельной данной, имеет вид

**. (1)

Разделив обе части уравнения на *С*, получим уравнение прямой (1) в отрезках:

 (cм. рисунок).

*О*

0,2С

0,5С

y

x

Площадь треугольника, образованного прямой и координатными осями, определяется равенством . Следовательно, , и условию задачи удовлетворяют две прямые .

1. *Найти наибольшее возможное значение a, при котором квадратный трёхчлен  удовлетворяет неравенству  при всех* ******.

**Решение.** Так как , а абсцисса вершины параболы , то при  возможное расположение параболы  показано на рисунке.

Очевидно, что для выполнения условия при всех ******  необходимо и достаточно, чтобы выполнялось нера-

1

1

*О*

y

x

венство . Отсюда получаем , следовательно, наибольшее возможное значение .

1. *Найти предел* .

**Решение.** Так как , то по правилу дифференцирования сложной функции . Применим правило Лопиталя:

.

1. *Какой максимальной длины шест можно пронести в горизонтальном положении по коридору шириной 2 метра, поворачивающему под прямым углом?*

**Решение.** Максимальная длина шеста равна минимальной возможной длине отрезка  (см. рисунок). Очевидно, , .

x

A

B

C

2 м

2 м

Рассмотрим функцию  и найдем ее

наименьшее значение при . Из уравнения 

 находим . Несложно показать, что это ‒ точка

минимума. Следовательно, максимальная длина шеста равна .

1. *Вычислить определитель .*

**Решение.** Порядок определителя равен , т.е. . Прибавим ко второму столбцу определителя первый, и разложим полученный определитель по элементам 1-й строки:



.

Аналогично, , и т.д. Таким образом,

.

1. *Функция  возрастает и непрерывна на отрезке . Также известно, что  и . Чему равен , где  ‒ обратная к  функция?*

y

x

O

y=f(x)

*a*

*b*





**Решение.** В силу геометрическогосмысла определен-

ного интеграла,  (см. рисунок). Следова-

тельно, **.

1. *Что больше:  или ?*

**Решение.** Сравним логарифмы данных чисел, т.е.  и . Для этого рассмотрим функцию . Очевидно, что . Так как  при , то функция возрастает, следовательно  при . Значит,  и .