

Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение по экономическому образованию

Утверждаю

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь

_____ И.А.Старовойтова

_____ 2021_____

Регистрационный № ТД- _____/тип.

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Типовая учебная программа по учебной дисциплине для специальностей:

1-25 01 01	«Экономическая теория»
1-25 01 02	«Экономика»

СОГЛАСОВАНО

Заместитель начальника управления
анализа кредитных проектов
Главного управления регулиро-
вания банковских операций
Национального банка Республики
Беларусь

_____ Л.А.Осипова
_____ 2021

СОГЛАСОВАНО

Председатель Учебно-
методического объединения по
экономическому образованию

_____ А.В.Егоров
_____ 2021

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
профессионального образования
Министерства образования Республики
Беларусь

_____ С.А. Касперович
_____ 2021

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической рабо-
те Государственного учреждения образо-
вания «Республиканский институт выс-
шей школы»

_____ И.В. Титович
_____ 2021

Эксперт-нормоконтролер

_____ 2021

Минск 2021

СОСТАВИТЕЛИ:

А.И. Астровский, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор физико-математических наук, профессор;

М.П. Дымков, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор физико-математических наук, профессор;

В.В. Косьянчук, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

Г.О. Читая, заведующий кафедрой математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор экономических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра методов оптимального управления Белорусского государственного университета (протокол № 11 от 22.06.2021 г.), Н.М. Дмитрук, заведующий кафедрой, кандидат физико-математических наук, доцент;

О.И. Костюкова, главный научный сотрудник Института математики Национальной Академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол №10 от 28.05.2021)

Кафедрой математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 13 от 27.05.2021)

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № _____ от _____)

Президиумом Учебно-методического объединения по экономическому образованию (протокол № _____ от _____)

Ответственный за редакцию: А.И. Астровский

Ответственный за выпуск: А.И. Астровский

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В настоящее время в связи с возросшей ролью математики в современной науке и технике большое число будущих экономистов, инженеров, психологов, социологов и других специалистов нуждаются в серьезной математической подготовке, которая давала бы им возможность математическими методами исследовать широкий круг новых проблем, использовать теоретические достижения на практике, применять современные информационные технологии. Для этого необходимо получение правильного общего представления о том, что такое математика и математическая модель, в чем заключается математический подход к изучению явлений реального мира, как его можно применять и что он может дать. Современный специалист должен хорошо владеть основными математическими понятиями, идеями и методами исследования задач, принятия решений на основе математического моделирования. Математические модели и методы их исследования, широкое применение информационных технологий открывают новые возможности для успешного использования силы и мощи математических понятий в различных областях человеческой деятельности. Для специалистов по экономике и управлению математика в большей мере является инструментом обработки и анализа информации, принятия решений и управления. Овладение основными математическими понятиями и методами позволит будущему специалисту свободно ориентироваться в разнообразных математических моделях и методах, успешно применять их для рационального и даже оптимального решения сложных экономических задач, активно осваивать и использовать современные информационные технологии.

Как отмечает Л.Д. Кудрявцев (Избранные труды. Т.3. Мысли о современной математике и ее преподавании. – М.: Физматлит, 2008. – С. 325–326) «...естественнонаучное и математическое образование нужно не только для того, чтобы сообщить учащимся определенные сведения по изучаемым предметам, но и потому, что оно способствует пониманию законов, которым подчиняется окружающий нас мир, и, следовательно, формирует мировоззрение учащихся, а поэтому является частью гуманитарного, в широком смысле этого слова, образования, частью общечеловеческой культуры, которая не может быть восполнена изучением чисто гуманитарных дисциплин. Так, например, преподавание математики имеет своей целью не только ознакомление учащихся с математическими понятиями и выработку навыков их использования, но и развивает мышление, учит логически мыслить, отбрасывать то, что несущественно для решения поставленной задачи, воспитывает эстетические чувства и чувство честности перед самим собой. Итак, изучение

естественнонаучных дисциплин и математики является необходимым условием для правильного формирования полноценной личности учащегося. Этой цели можно добиться только в том случае, если на предметы естественнонаучного цикла и математику будет отведено достаточное количество часов, необходимых не только для знакомства с понятиями, изучаемыми в этих дисциплинах, но и для овладения ими при помощи решения достаточного количества задач».

Целью учебной дисциплины «Высшая математика» является ознакомление студентов с математическими понятиями, методами и навыками их использования для решения типовых прикладных задач, а также развитие их логического мышления.

В связи с этим, при изложении дисциплины «Высшая математика» на первой ступени высшего экономического образования перед преподавателями ставятся следующие **задачи**:

- рассматривая математическую культуру как часть общечеловеческой культуры, способствовать формированию высоконравственной гражданской позиции студентов, становлению целостной высокоинтеллектуальной личности, способной решать сложные актуальные задачи;
- сформировать социальные качества, необходимые для осознанного участия в общественно-политической жизни страны;
- дать представление о месте математики в системе естественных и экономических наук; о неразрывном единстве прикладной и фундаментальной математики; о преимуществах математического моделирования и его экономической эффективности;
- ознакомить студентов с основными понятиями и методами современной математики и научить студентов применять математические знания при исследовании реальных экономических процессов;
- развить у студентов способности к логическому мышлению;
- воспитать у студентов мотивацию к глубокому изучению математики как языка общения экономистов, без которого невозможно овладеть специальными дисциплинами, необходимыми им в их будущей профессиональной деятельности.

Учебная дисциплина «Высшая математика» является теоретической основой для изучения учебных дисциплин: «Экономическая теория», «Микроэкономика», «Макроэкономика», «Статистика», «Экономико-математические методы и модели» и др.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен **знать**:

- матричное исчисление и системы линейных уравнений;

- основы векторного исчисления;
- методы аналитической геометрии;
- математический аппарат функций одной и многих переменных;
- дифференциальное и интегральное исчисление;
- основы дифференциальных уравнений;
- числовые и степенные ряды;
- методы решения задач на экстремум;
- основные понятия и теоремы теории вероятностей;
- законы распределения случайных величин;
- методы обработки и анализа статистических данных;

уметь:

- решать задачи матричной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа, анализировать задачи с экономическим содержанием;
- исследовать оптимизационные задачи методами математического программирования с использованием компьютерных технологий;
- применять вероятностные и статистические методы для решения экономических задач;

владеть:

- методикой применения методов матричной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления в решении математических и экономических задач;
- применением методов теории вероятностей и математической статистики при решении математических и экономических задач.

Согласно образовательным стандартам высшего образования для специальности 1-25 01 01 «Экономическая теория» типовая учебная программа рассчитана на 450 часов из них аудиторных занятий 206 часов. Примерное распределение по видам занятий: лекций – 102 часа, практических занятий – 104 часа. Рекомендуемые формы текущего контроля – 2 зачета и 2 экзамена.

Согласно образовательным стандартам высшего образования для специальности 1-25 01 02 «Экономика» типовая учебная программа рассчитана на 568 часов из них аудиторных занятий 272 часа. Примерное распределение по видам занятий: лекций – 136 часа, практических занятий – 124 часов и лабораторных занятий 12 часов. Рекомендуемые формы текущего контроля – 3 экзамена.

В течение первых двух семестров изучения дисциплины предусматривается проведение *трех двухчасовых контрольных работ*.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН
для специальности 1-25 01 01 «Экономическая теория»

№ п/п	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			
		Всего	Лек- ции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные занятия
	Раздел I. Основы теории множеств и математической символики	4	2	2	-
1.1	Элементы теории множеств	4	2	2	-
1.2	Комплексные числа				-
	Раздел II. Векторная алгебра и матричное исчисление	20	10	10	-
2.1	Векторная алгебра	4	2	2	-
2.2	Матричное исчисление	8	4	4	-
2.3	Системы линейных уравнений и неравенств	8	4	4	-
	Раздел III. Аналитическая геометрия	10	4	6	-
3.1	Аналитическая геометрия на плоскости	6	2	4	-
3.2	Элементы аналитической геометрии в пространстве	4	2	2	-
	Раздел IV. Математический анализ	56	28	28	-
4.1	Числовая последовательность и ее предел	4	2	2	-
4.2	Функция одной вещественной переменной	8	4	4	-
4.3	Дифференциальное исчисление функций одной вещественной переменной	12	6	6	-
4.4	Функции многих переменных	12	6	6	-
4.5	Первообразная и неопределенный интеграл	8	4	4	-

4.6	Определенный интеграл	12	6	6	-
	Раздел V. Дифференциальные и дискретные уравнения	12	6	6	-
5.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	12	6	6	-
5.2	Дифференциальные уравнения с частными производными	-	-	-	-
5.3	Дискретные уравнения	-	-	-	-
	Раздел VI. Многочлены. Основы теории функций комплексной переменной	-	-	-	-
6.1	Многочлены	-	-	-	-
6.2	Основы теории функций комплексной переменной	-	-	-	-
	Раздел VII. Числовые и степенные ряды	12	6	6	-
7.1	Числовые ряды	6	3	3	-
7.2	Степенные ряды	6	3	3	-
	Раздел VIII. Интегральное исчисление функций многих переменных	-	-	-	-
8.1	Двойные интегралы	-	-	-	-
8.2	Криволинейные интегралы	-	-	-	-
	Раздел IX. Основы численных методов	-	-	-	-
9.1	Приближенные методы	-	-	-	-
9.2	Компьютерные технологии приближенных вычислений	-	-	-	-
	Раздел X. Теория вероятностей и математическая статистика (экзамен)	58	28	30	-

10.1	Основные понятия и теоремы теории вероятностей	12	6	6	-
10.2	Схема повторных независимых испытаний	6	2	4	-
10.3	Случайные величины и их основные законы распределения	12	6	6	-
10.4	Закон больших чисел и предельные теоремы	4	2	2	-
10.5	Многомерные случайные величины	4	2	2	-
10.6	Элементы теории массового обслуживания				-
10.7	Основы математической статистики	2	1	1	-
10.8	Статистическое оценивание	4	2	2	-
10.9	Проверка статистических гипотез	4	2	2	-
10.10	Основы дисперсионного анализа	4	2	2	-
10.11	Корреляционно-регрессионный анализ	6	3	3	-
	Раздел XI. Математическое программирование (зачет)	34	18	16	-
11.1	Линейное программирование	8	4	4	-
11.2	Транспортная задача	8	4	4	-
11.3	Целочисленное программирование	4	2	2	-
11.4	Нелинейное программирование	8	4	4	-
11.5	Динамическое программирование	6	4	2	-
	Всего по дисциплине	206	102	104	-

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН
для специальности 1-25 01 02 «Экономика»

№ п/п	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			
		Всего	Лек- ции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные занятия
	Раздел I. Основы теории множеств и математической символики	2	2	-	-
1.1	Элементы теории множеств	1	1	-	-
1.2	Комплексные числа	1	1	-	-
	Раздел II. Векторная алгебра и матричное исчисление	22	12	10	-
2.1	Векторная алгебра	6	4	2	-
2.2	Матричное исчисление	8	4	4	-
2.3	Системы линейных уравнений и неравенств	8	4	4	-
	Раздел III. Аналитическая геометрия	12	6	6	-
3.1	Аналитическая геометрия на плоскости	8	4	4	-
3.2	Элементы аналитической геометрии в пространстве	4	2	2	-
	Раздел IV. Математический анализ	66	32	34	-
4.1	Числовая последовательность и ее предел	4	2	2	-
4.2	Функция одной вещественной переменной	8	4	4	-
4.3	Дифференциальное исчисление функций одной вещественной переменной	14	6	8	-
4.4	Функции многих переменных	16	8	8	-
4.5	Первообразная и неопределенный интеграл	12	6	6	-

4.6	Определенный интеграл	12	6	6	-
	Раздел V. Дифференциальные и дискретные уравнения	28	14	14	-
5.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	16	8	8	-
5.2	Дифференциальные уравнения с частными производными	8	4	4	-
5.3	Дискретные уравнения	4	2	2	-
	Раздел VI. Многочлены. Основы теории функций комплексной переменной	8	4	4	-
6.1	Многочлены	4	2	2	-
6.2	Основы теории функций комплексной переменной	4	2	2	-
	Раздел VII. Числовые и степенные ряды	16	8	8	-
7.1	Числовые ряды	8	4	4	-
7.2	Степенные ряды	8	4	4	-
	Раздел VIII. Интегральное исчисление функций многих переменных	8	4	4	-
8.1	Двойные интегралы	4	2	2	-
8.2	Криволинейные интегралы	4	2	2	-
	Раздел IX. Основы численных методов	8	4	4	-
9.1	Приближенные методы	4	2	2	-
9.2	Компьютерные технологии приближенных вычислений	4	2	2	-
	Раздел X. Теория вероятностей и математическая статистика (экзамен)	102	50	40	12

10.1	Основные понятия и теоремы теории вероятностей	12	6	6	-
10.2	Схема повторных независимых испытаний	4	2	2	-
10.3	Случайные величины и их основные законы распределения	18	10	8	-
10.4	Закон больших чисел и предельные теоремы	6	4	2	-
10.5	Многомерные случайные величины	8	4	4	-
10.6	Элементы теории массового обслуживания	10	4	4	2
10.7	Основы математической статистики	8	4	2	2
10.8	Статистическое оценивание	8	4	2	2
10.9	Проверка статистических гипотез	10	4	4	2
10.10	Основы дисперсионного анализа	6	2	2	2
10.11	Корреляционно-регрессионный анализ	12	6	4	2
	Раздел XI. Математическое программирование (зачет)	-	-	-	-
11.1	Линейное программирование	-	-	-	-
11.2	Транспортная задача	-	-	-	-
11.3	Целочисленное программирование	-	-	-	-
11.4	Нелинейное программирование	-	-	-	-
11.5	Динамическое программирование	-	-	-	-
	Всего по дисциплине	272	136	124	12

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I. Основы теории множеств и математической символики

1.1. Элементы теории множеств.

Элементы теории множеств и математической логики. Логические символы, операции над множествами. Декартово произведение множеств. Экономические примеры. Основные числовые множества. Точные и приближенные значения величин. Абсолютная и относительная погрешности. Необходимое и достаточное условия. Метод математической индукции. Бином Ньютона.

1.2. Комплексные числа.

Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексных чисел. Формулы Муавра и Эйлера. Извлечение корня из комплексного числа. Свойства комплексно-сопряженных выражений. Применение комплексных чисел.

Раздел II. Векторная алгебра и матричное исчисление

2.1. Векторная алгебра.

Понятие вектора на плоскости и в трехмерном пространстве. Основные линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Базис на плоскости и в пространстве. Декартова система координат. Радиус-вектор и координаты точки. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов, его свойства и экономическая интерпретация. Условие ортогональности двух векторов. Ориентация тройки векторов в пространстве. Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический и физический смысл. Смешанное произведение векторов, его геометрический и механический смысл. Условие компланарности трех векторов. Линейные пространства. Подпространство и линейная оболочка. Базис и размерность линейного пространства. Евклидовы пространства. Норма вектора и ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базисы. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Неравенство Коши-Буняковского.

2.2. Матричное исчисление.

Понятие матрицы и линейные операции над ними. Транспонирование матриц. След матрицы. Экономическая интерпретация матриц. Перестановки и транспозиции. Определители второго и третьего порядка. Алгебраические дополнения и миноры. Определители n -го порядка и их свойства. Правила вычисления определителей, теорема Лапласа. Определитель произведения матриц. Обратная матрица, свойства обратных матриц. Методы вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы, свойства и его вычисление. Условие

равенства нулю определителя. Теорема о базисном миноре. Подобные матрицы. Приведение матрицы к диагональному виду. Многочлены от матрицы. Теорема Гамильтона-Кэли. Квадратичные формы и их матрицы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Знакоопределенные квадратичные формы. Условия знакоопределенности квадратичных форм. Модель межотраслевого баланса В.В.Леонтьева. Отличительные черты белорусской экономической модели.

2.3. Системы линейных уравнений и неравенств.

Системы линейных алгебраических уравнений, общие понятия. Экономические примеры. Теорема Кронекера-Капелли. Матричный способ решения линейных систем. Формулы Крамера, метод Гаусса. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Структура общего решения. Понятие о приближенном решении системы уравнений. Разложение вектора по ортогональному базису. Собственные векторы и собственные значения матриц, их свойства. Характеристические уравнения. Собственные векторы и собственные значения симметричных матриц. Системы линейных неравенств. Графический метод решения системы линейных неравенств с двумя переменными. Применение элементов линейной алгебры в экономике. Модель межотраслевого баланса. Отличительные черты белорусской экономической модели.

Раздел III. Аналитическая геометрия

3.1. Аналитическая геометрия на плоскости.

Предмет аналитической геометрии. Метод координат. Кривая на плоскости и способы ее задания. Основные виды уравнения прямой. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, парабола, гипербола. Параметрическое представление линий.

3.2. Элементы аналитической геометрии в пространстве.

Простейшие задачи аналитической геометрии в пространстве. Понятия поверхности и кривой в пространстве, их уравнения. Основные виды уравнений плоскости и прямой в пространстве. Ортогональная проекция вектора на плоскость. Угол между плоскостями. Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости. Понятие о поверхностях второго порядка.

Раздел IV. Математический анализ

4.1. Числовая последовательность и ее предел.

Действительные числа. Числовые последовательности. Предел последовательности и его свойства. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Монотонные, ограниченные последовательности. Свойства сходящихся последовательностей и критерий их сходимости. Способы вычисления пределов последовательностей. Число « e » и его экономическая интерпретация.

4.2. Функции одной вещественной переменной.

Функции, их области определения и значений, способы задания и график функции. Основные характеристики поведения функции. Основные элементарные функции. Суперпозиция функций, обратные функции. Неявные функции. Предел функции в точке и на бесконечности. Основные теоремы о пределах функций. Замечательные пределы. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функций и их классификация. Непрерывность элементарных функций. Сравнение функций, символы « o » и « O ». Эквивалентные функции, их применение к вычислению пределов функций. Функции, непрерывные на отрезке, и их свойства: теоремы Вейерштрасса, Коши о прохождении функции через ноль, Коши о промежуточном значении. Непрерывность обратной функции. Равномерная непрерывность функции на отрезке. Теорема Кантора.

4.3. Дифференциальное исчисление функций одной вещественной переменной.

Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции, ее геометрический, физический и экономический смыслы. Уравнение касательной и нормали к кривой. Односторонние производные. Основные правила дифференциального исчисления. Производная сложной, обратной и неявной функций. Производные элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование параметрически заданных функций. Дифференциал функции, его геометрический смысл и применение в приближенных вычислениях. Инвариантность формы дифференциала. Производные высших порядков. Формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков. Локальный экстремум функции. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма. Ролля, Коши, Лагранжа. Применение теорем. Раскрытие неопределенностей, правило Лопиталя-Бернулли. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Пеано и Лагранжа. Основные разложения по формуле Тейлора. Приложения формулы Тейлора. Экстремумы функции, стационарные точки. Необходимое и достаточное условия локального экстремума. Наибольшее и наименьшее значения

функции на отрезке. Выпуклость и точки перегиба. Достаточное условие выпуклости. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построение ее графика. Экономические приложения: предельные показатели в экономике, эластичность экономических показателей, максимизация прибыли.

4.4. Функции многих переменных.

Множества на плоскости и в пространстве. Предельные точки множеств. Связные, выпуклые, ограниченные множества. Понятие функции многих переменных, примеры из экономики. Линии уровня, изокосты, изокванты. Однородные функции. Выпуклые и вогнутые функции. Предел функции в точке, повторные пределы. Непрерывность. Свойства непрерывных функций. Частные производные. Примеры применения частных производных в экономике. Дифференцируемость функции многих переменных, необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Полный дифференциал и его связь с частными производными. Дифференцирование сложных функций. Инвариантность формы полного дифференциала. Производная по направлению и ее свойства. Градиент функции и его смысл. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Якобиан, матрица Гессе. Формула Тейлора для функции двух переменных. Понятие экстремума функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Метод наименьших квадратов. Наибольшее и наименьшее значения функции в заданной области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Приложения к экономическим проблемам.

4.5. Первообразная и неопределенный интеграл.

Первообразная функции и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Метод замены переменной. Формула интегрирования по частям. Таблица неопределенных интегралов. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Неберущиеся интегралы.

4.6. Определенный интеграл.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла. Условия интегрируемости функций. Интеграл с переменным верхним пределом и его дифференцирование. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла. Геометрические приложения определенных

интегралов: вычисление площадей плоских фигур, объемов тел, длин дуг, площадей поверхностей вращения. Экономические приложения определенных интегралов. Несобственные интегралы и признаки их сходимости.

Раздел V. Дифференциальные и дискретные уравнения

5.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений, общее и частное решение. Математическое моделирование в экономике и технике с помощью дифференциальных уравнений. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения. Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их интегрирования. Линейные дифференциальные уравнения первого и второго порядков. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Характеристическое уравнение. Линейная независимость решений. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной. Системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Формула Коши. Общие понятия о дифференциальных уравнениях высших порядков. Понятия о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Устойчивость решений дифференциальных уравнений по Ляпунову. Критерий устойчивости линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Приложения дифференциальных уравнений к решению экономических задач.

5.2. Дифференциальные уравнения с частными производными.

(только для специальности 1-25 01 02 «Экономика»)

Общие сведения об уравнениях с частными производными. Постановка начальных задач для уравнений математической физики. Краевые задачи Дирихле, Неймана, смешанные краевые задачи. Корректность постановки задач математической физики. Методы Даламбера и Фурье решения уравнений математической физики.

5.3. Дискретные уравнения.

Дискретные (разностные) уравнения. Конечные разности. Экономические задачи, приводящие к разностным уравнениям. Общие понятия разностных уравнений. Однородные и неоднородные линейные разностные уравнения и структура их общих решений. Решение линейных однородных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Системы дискретных уравнений и их свойства, методы нахождения их решений.

Раздел VI. Многочлены. Основы теории функций комплексной переменной (только для специальности 1-25 01 02 «Экономика»)

6.1. Многочлены.

Многочлены и их делимость. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на множители. Условия тождественности двух многочленов. Признак кратности корня многочлена и функции. Рациональные функции. Разложение рациональных функций на сумму простейших дробей. Методы нахождения коэффициентов разложения. Понятие об интерполяции и аппроксимации функций.

6.2. Основы теории функций комплексной переменной

Основные понятия функций комплексной переменной. Конформные отображения. Преобразование Лапласа. Операционный метод и его приложения.

Раздел VII. Числовые и степенные ряды.

7.1. Числовые ряды.

Числовой ряд и его сумма. Действие над рядами. Простейшие свойства числовых рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Гармонический ряд. Признаки сходимости числовых рядов: критерий Коши, признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость. Знакопеременные ряды, признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

7.2. Степенные ряды.

Степенные ряды, теорема Абеля. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда. Непрерывность суммы, интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Достаточные условия представления функции рядом Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Применение рядов Тейлора в приближенных вычислениях. Понятие о рядах Фурье.

Раздел VIII. Интегральное исчисление функций многих переменных (только для специальности 1-25 01 02 «Экономика»)

8.1. Двойные интегралы.

Задачи, приводящие к двойному интегралу. Определение двойного интеграла и его свойства. Вычисление двойных интегралов в декартовой системе координат. Изменение порядка интегрирования в двойном интеграле. Якобиан и его геометрический смысл. Замена переменных в двойных интегралах. Двойной интеграл в полярных системах координат.

8.2. Криволинейные интегралы.

Задачи, приводящие к криволинейному интегралу 1-го рода. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 1-го рода. Задачи, приводящие к криволинейному интегралу 2-го рода. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 2-го рода. Независимость криволинейных интегралов от пути интегрирования. Формула Грина и ее применение к вычислению площадей плоских фигур.

Раздел IX. Основы численных методов

(только для специальности 1-25 01 02 «Экономика»)

9.1. Приближенные методы.

Приближенные методы и их основные характеристики. Понятие об итерационных методах. Погрешности вычислений. Численные методы нахождения корней уравнений. Вычислительные методы оптимизации. Методы решения систем уравнений. Приближенные методы вычисления определенных интегралов. Численное интегрирование дифференциальных уравнений.

9.2. Компьютерные технологии приближенных вычислений.

Краткие сведения об основных программных средствах для решения математических задач.

Раздел X. Теория вероятностей и математическая статистика

10.1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей.

Предмет и метод теории вероятностей. Случайные события и операции над ними. Классификация событий. Алгебра событий. Полная группа событий. Частота и вероятность. Классическое определение вероятности. Геометрическое и статистическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного из n событий, независимых в совокупности. Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности и формула Байеса. Применение стохастического подхода к экономическим задачам.

10.2. Схема повторных независимых испытаний.

Последовательность независимых повторных испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Примеры экономических задач, для которых применима схема повторных испытаний Бернулли.

10.3. Случайные величины и их основные законы распределения.

Случайные величины и их классификация. Дискретные и непрерывные величины. Законы распределения случайных величин. Функция распределе-

ния случайных величин и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Вероятность попадания значений случайной величины в заданный промежуток. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Среднее квадратическое отклонение. Мода и медиана, квантили, децили, начальные и центральные моменты. Асимметрия и эксцесс. Функции случайных величин. Биномиальный закон распределения. Закон Пуассона. Геометрическое и гипергеометрическое распределения. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальный закон распределения. Правило трех сигма и его практическое значение. Функция Лапласа. Распределения «хи –квадрат», Стьюдента и Фишера-Снедекора.

10.4. Закон больших чисел и предельные теоремы.

Неравенства Маркова и Чебышева. Сходимость по вероятности. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема. Нормальное распределение как предельное для биномиального и пуассоновского распределений. Локальная и интегральная теоремы Лапласа как следствие теоремы Ляпунова. Значение закона больших чисел для практики.

10.5. Многомерные случайные величины.

Таблица распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент и его свойства. Коэффициент корреляции и его свойства. Нормальное двумерное распределение.

10.6. Элементы теории массового обслуживания.

(только для специальности 1-25 01 02 «Экономика»)

Основные понятия теории массового обслуживания. Потоки событий. Марковские процессы. Уравнение Колмогорова. Процессы гибели и размножения. Системы массового обслуживания с отказами. Применение марковских цепей в экономике.

10.7. Основы математической статистики.

Предмет математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Понятие о выборочном методе. Вариационный ряд и его характеристики. Выборочные аналоги функций распределения. Полигон и гистограмма. Среднее арифметическое и его свойства. Выборочная дисперсия и ее свойства. Выборочные начальные и центральные моменты. Асимметрия. Эксцесс.

10.8. Статистическое оценивание.

Понятие о точечной оценке числовой характеристики случайной величины, свойства точечной оценки. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Частость как точечная оценка вероятности события.

Методы получения точечных оценок. Интервальное оценивание параметров распределений. Доверительный интервал. Интервальное оценивание генеральной средней, генеральной дисперсии и генеральной доли. Предельная ошибка и необходимый объем выборки.

10.9. Проверка статистических гипотез.

Понятие статистической гипотезы. Основные этапы проверки гипотезы. Уровень значимости и мощность критерия. Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности события. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей. Проверка гипотезы о модели закона распределения. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова.

10.10. Основы дисперсионного анализа.

Задача дисперсионного анализа и предварительная обработка результатов наблюдений. Основные понятия дисперсионного анализа. Условия проведения дисперсионного анализа. Критерий Бартлетта. Модель однофакторного дисперсионного анализа. Двухфакторный дисперсионный анализ с одним наблюдением. Модель двухфакторного дисперсионного анализа.

10.11. Корреляционно-регрессионный анализ.

Функциональная, стохастическая и корреляционная зависимости. Модели и основные понятия корреляционного и регрессионного анализа. Функция регрессии. Линейная корреляционная зависимость и линии регрессии. Генеральные и выборочные корреляционные отношения как измерители степени корреляционной и стохастической зависимости. Коэффициент корреляции. Погрешность выборочного линейного уравнения регрессии. Проверка гипотезы о линейности функции регрессии. Примеры нелинейной функции регрессии. Множественная регрессия. Ранговая корреляция. Выборочные коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, проверка их значимости.

Раздел XI. Математическое программирование (только для специальности 1-25 01 01 «Экономическая теория»)

11.1. Линейное программирование.

Основные понятия. Основные постановки задач линейного программирования (ЗЛП). Геометрический (графический) метод решения ЗЛП. Симплексный метод решения ЗЛП. Теория двойственности. Задача планирования технологий. Задача планирования уровней производства. Применение пакета прикладных программ QSBR и EXCEL для решения задач линейного программирования.

11.2. Транспортная задача.

Транспортная задача по критерию стоимости и задачи транспортного типа с максимизацией целевой функции. Метод потенциалов для решения транспортных задач. Применение пакета прикладных программ QSBR и EXCEL для решения транспортных задач.

11.3. Целочисленное программирование.

Постановка задач целочисленного программирования: общая задача о расписании, задача коммивояжера, задачи о разбиении, покрытии и упаковке, задача о размещении оборудования, задача раскроя. Методы ветвей и границ. Методы отсечений.

11.4. Нелинейное программирование.

Постановка задачи нелинейного программирования и ее геометрическая интерпретация. Метод множителей Лагранжа. Выпуклые и вогнутые функции. Задачи выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Понятие о локальном и глобальном оптимуме. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования. Приближенные методы решения задач нелинейного программирования с сепарабельными функциями. Квадратичное программирование. Применение пакетов прикладных программ для решения задач нелинейного программирования.

11.5. Динамическое программирование.

Понятие о динамическом программировании: принцип оптимальности Беллмана, функция Беллмана. Примеры задач, решаемых методом динамического программирования. Вычислительная схема метода динамического программирования. Динамические задачи выбора наиболее рационального маршрута доставки груза, оптимального распределения средств на расширение производства, определения оптимальной стратегии замены оборудования, формирования оптимальной программы производства с учетом запасов. Применение пакета Network Optimization (сетевой оптимизации) для выбора наиболее экономного маршрута доставки груза.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основной теоретический материал излагается на лекциях и закрепляется на практических и лабораторных занятиях. Текущий контроль осуществляется путем опроса на практических занятиях, проведения самостоятельных и выполнения индивидуальных заданий. В течение каждого семестра предусматривается проведение *трех двухчасовых контрольных работ*. Итоговый контроль осуществляется в виде *зачетов и семестровых экзаменов*.

В овладении знаниями учебной дисциплины важным этапом является самостоятельная работа студентов. Рекомендуются бюджет времени для самостоятельной работы в среднем 2-2,5 часа на 2-х часовое аудиторное занятие.

Основными направлениями самостоятельной работы студента являются:

- первоначально подробное ознакомление с программой учебной дисциплины;
- ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличие ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;
- изучение и расширение лекционного материала преподавателя за счет специальной литературы, консультаций;
- подготовка к семинарским (практическим) занятиям по специально разработанным планам с изучением основной и дополнительной литературы;
- подготовка к выполнению диагностических форм контроля (тесты, коллоквиумы, контрольные работы и т.п.);
- подготовка к зачетам, экзаменам.

Литература

Основная:

1. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. Ч 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функции одной переменной / А.П. Рябушко, Т.А. Жур 2-е изд.; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: Вышэйшая школа, 2017. – 303, [1] с.: ил.
2. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. Ч 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Краткие интегралы / А.П. Рябушко, Т.А. Жур; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: Вышэйшая школа, 2017. – 319, [1] с.: ил.
3. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: [полный курс] / Д.Т. Письменный. – 14 изд. – Москва: Айрис – пресс, 2017. – 602, [1] с.: ил.

4. Маталыцкий, М.А. Теория вероятностей и математическая статистика / М.А. Маталыцкий, Г.А. Хацкевич; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: Высшая школа, 2017. – 591, [1] с.: ил.

Дополнительная:

1. Астровский, А.И. Высшая математика: учебное пособие: В 3 ч. Ч.1 / А.И. Астровский, М.П. Дымков; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: БГЭУ, 2009. – 398, [1] с.: ил.
2. Астровский, А.И. Высшая математика: учебное пособие: В 3 ч. Ч.2 / А.И. Астровский, М.П. Дымков; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: БГЭУ, 2011. – 413, [1] с.: ил.
3. Кузнецов, А.В. Высшая математика: математическое программирование: учебник для студентов экон. спец. вузов / А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод; под ред. А.В. Кузнецова. – 2-е изд. – Минск: Высшая школа, 2001. – 315, [1] с.: ил.
4. Красс, М.С., Математика для экономистов / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – М., СПб.: Питер, 2005. – 464, [1] с.: ил.
5. Кастрица, О.А. Высшая математика для экономистов: учебник / О.А. Кастрица. – 2-е изд. – Минск: Новое знание, 2006. – 491, [1] с.: ил.
6. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / [Н.Ш.Кремер и др.]; под ред. Н.Ш.Кремера; М-во образования РФ. – Москва: ЮНИТИ – ДАНА, 2010. – 479, [1] с.: ил.
7. Астровский, А.И. Математическая экономика: В 2 ч.: Ч. 1. Теория потребления / А.И. Астровский. – Минск: БГЭУ, 2015. – 168, [1] с.: ил.
8. Боровиков, В.П. Популярное введение в современный анализ данных в системе STATISTICA: Учебное пособие для вузов / В.П. Боровиков. – Москва: Гор. линия-Телеком, 2018. – 288, [1] с.: ил.
9. Сборник задач и упражнений по высшей математике для студентов экономических специальностей: В 2 ч. Ч. 1 / [А.В. Конюх и др.]. – Минск: БГЭУ, 2021. – 308, [1] с.: ил.
10. Сборник задач и упражнений по высшей математике для студентов эко-

- номических специальностей: В 2 ч. Ч. 2 / [Л.Н. Гайшун и др.]. – Минск: БГЭУ, 2009. – 270, [1] с.: ил.
11. Кузнецов, А.В. Руководство к решению задач по математическому программированию: учеб. пособие / А.В. Кузнецов, Н.И. Холод, Л.С. Костевич; под ред. А.В. Кузнецова. – Минск: Высш. школа, 2001. – 448, [1] с.: ил.
 12. Теория вероятностей. Практикум. 2-е издание, переработанное и дополненное / Л.С. Барковская, Л.В. Станишевская, Ю.Н. Черторицкий. – Минск: БГЭУ, 2005. – 174 с.
 13. Белько, И.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи / И.В. Белько, Г.П. Свирид; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: Новое знание, 2002 – 250 [1] с.: ил.
 14. Белорусский путь развития (вопросы и ответы): справочник / [М.Г.Жилинский и др.]. – Минск: Академия управления при Президенте Республики Беларусь, 2017. – 184 с.
 15. Гайшун, И.В. Высшая математика для экономистов. Теория вероятностей в экономике. Методы оптимизации и экономические модели: учебник / [И.В. Гайшун и др.]. – Минск: БГЭУ, 2005. Т. 2 – 623 с.