МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УО «Белорусский государственный экономический университет»

Н.В.Денисенко, И.В.Рыбалтовский, Е.И.Шилкина

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Контрольная работа № 2

Методические рекомендации и варианты заданий

Для студентов Высшей школы управления и бизнеса

МИНСК 2006

Печатается в авторской редакции

Р е к о м е н д о в а н о   кафедрой высшей математики

У т в е р ж д е н о   Научно-методическим советом университета

Денисенко Н.В.

Теория вероятностей и математическая статистика: Методические рекомендации и варианты заданий / Н.В.Денисенко, И.В.Рыбалтовский, Е.И.Шилкина. – Мн.: БГЭУ, 2006. – с.

СОДЕРЖАНИЕ

ВОПРОСЫ ПРОГРАММЫ ПО КУРСУ
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. Случайные события и их классификация .
2. Классическое определение вероятности.
3. Статистическое определение вероятности.
4. Аксиоматическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.
5. Теорема сложения вероятностей.
6. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
7. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
8. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
9. Наивероятнейшее число наступления события.
10. Локальная теорема Лапласа.
11. Теорема Пуассона. Простейший поток событий.
12. Интегральная теорема Лапласа.
13. Дискретные случайные величины.
14. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
15. Плотность распределения вероятностей и ее свойства.
16. Функция одной случайной величины.
17. Случайный вектор.
18. Математическое ожидание дискретной случайной величины и ее свойства.
19. Дисперсия случайной величины и ее свойства.
20. Биноминальный закон распределения. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по биноминальному закону.
21. Закон распределения Пуассона. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по закону Пуассона.
22. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
23. Равномерный закон распределения. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по равномерному закону.
24. Показательный закон распределения. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по показательному закону.
25. Нормальный закон распределения. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по нормальному закону.
26. Выражение функции распределения нормальной случайной величины через функцию Лапласа. Вероятность попадания значения нормальной случайной величины в заданный интервал, правило трех сигм.
27. Корреляционный момент и коэффициент корреляции и их свойства.
28. Моменты случайной величины. Ассиметрия и эксцесс.

29. Неравенства Маркова и Чебышева.
30. Закон больших чисел в форме теоремы Чебышева.
31. Теорема Бернулли.
32. Понятие о центральной предельной теореме. Теорема Ляпунова.
33. Понятие случайного процесса. Корреляционная функция случайного процесса.
34. Стационарный случайный процесс. Гармонический анализ стационарного процесса.
35. Цепи Маркова. Переходные вероятности. Применение цепей Маркова в экономике. Теорема Маркова.
36. Разрывные марковские процессы. Уравнение Колмогорова-Чепмена.
37. Статистическая совокупность. Вариационный ряд (дискретный и интервальный). Полигон и гистограмма статистического распределения.
38. Основные числовые характеристики статистического распределения. Среднее арифметическое и статистическая дисперсия и их свойства.
39. Выборочный метод. Точечное оценивание (несмещенность, состоятельность и эффективность).
40. Интервальное оценивание. Формула доверительной вероятности для большой и малой повторных выборок.
41. Несмещенные оценки для генерального среднего и генеральной дисперсии. Расчет доверительного интервала и объема выборки (при повторном и бесповторном отборах).
42. Метод моментов и метод наибольшего правдоподобия получения точечных оценок.
43. Статистическая проверка гипотез. Нулевая и альтернативная гипотеза. Ошибки 1-го и 2-го рода при проверке гипотезы. Уровень значимости, критическая область. Критерий согласия и его мощность.
44. Проверка гипотезы о значении среднего значения для нормальнораспределенной величины при известной и неизвестной генеральной дисперсии.
45. Критерий согласия Пирсона.
46. Критерий согласия Фишера-Снедокера и его применение для проверки гипотезы о равенстве дисперсии.
47. Критерий согласия Колмогорова.
48. Однофакторный дисперсионный анализ.
49. Двухфакторный дисперсионный анализ.
50. Двумерная статистическая совокупность. Корреляционная таблица и корреляционное поле. Уравнения регрессии первого рода.
51. Построение уравнения регрессии второго рода с помощью метода наименьших квадратов.
52. Прямые регрессии. Коэффициенты линейной регрессии.
53. Коэффициент линейной корреляции и его свойства.
54. Понятие о нелинейной корреляции. Корреляционное отношение и его свойства.

55. Понятие о множественной регрессии. Уравнение линейной регрессии и определение ее коэффициентов по способу наименьших квадратов.
56. Совокупный коэффициент корреляции и его свойства.
57. Частные коэффициенты корреляции и их свойства.
58. Анализ соответствия регрессионной модели наблюденным данным.

ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ И ОФОРМЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Студент Высшей школы управления и бизнеса должен выполнить контрольную работу, строго придерживаясь указанных ниже правил. Работы, выполненные без соблюдения этих правил, не допускаются к собеседованию и возвращаются студенту для доработки.

1. Студент должен выполнять контрольную работу по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой номера его зачетной книжки. Так, если последняя цифра зачетки 1, то он решает задачи 1.1; 2.1; 3.1; 4.1; 5.1; 6.1; 7.1. Контрольная работа, выполненная не по своему варианту, к собеседованию не допускается.
2. Контрольные работы следует выполнять каждую в отдельной тетради чернилами любого цвета кроме красного, оставляя поля для замечаний рецензента.
3. В заголовке должны быть ясно написаны фамилия и инициалы студента в родительном падеже, номер зачетной книжки (шифр), специальность, номер группы, факультет и номер выполняемой контрольной работы. Заголовок работы надо поместить на обложке тетради; здесь же следует указать дату отсылки работы в университет и адрес студента.
4. Решения задач располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач.
5. Перед решением каждой задачи надо выписать полностью ее условие. В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует, переписывая условия задач, заменить общие данные конкретными из соответствующего номера.
6. Решения задач излагать подробно и аккуратно, объясняя все действия и делая необходимые чертежи.
7. В конце выполненной контрольной работы следует указать использованную литературу.
8. Если работа в основном выполнена правильно, но выявлены некоторые недочеты, то во время сессии студент исправляет их и проходит собеседование по выполненной работе, после чего допускается к экзамену. Если в работе имеются существенные недостатки, то она возвращается слушателю на доработку согласно указаниям и замечаниям рецензента.

Ниже приводится образец оформления титульного листа контрольной работы.

Белорусский государственный экономический университет

Кафедра высшей математики

Контрольная работа № 2
по высшей математике
студента ВШУБ, спец. «Финансы», гр. 1
зачетная книжка № 931807
Иванова Ивана Ивановича

222720, Минская обл.
г. Дзержинск, ул. Чкалова,
д.73, кв. 51

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Мацкевич И.П., Свирид Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика. Мн.: Выш. шк., 1993.
2. Лихолетов И.И. Высшая математика, теория вероятностей и математическая статистика. Мн.: Выш. шк., 1976.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Мн.: Выш. шк., 1977.
4. Кремер Н.Ш. теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2000.
5. Четыркин Е.М., Калихман И.Л. Вероятность и статистика. М.: Финансы и статистика, 1982.
6. Лихолетов И.И., Мацкевич И.П. Руководство к решению задач по высшей математике, теории вероятностей и математической статистике. Мн.: Выш. шк., 1976.
7. Барковская Л.С., Станишевская Л.В., Черторицкий Ю.Н. Теория вероятностей. Практикум. Мн.: БГЭУ, 2004.
8. Станишевская Л.В., Черторицкий Ю.Н. Математическая статистика. Мн.: БГЭУ, 2006.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задание 1

1.1. В магазине имеется 40 телевизоров, причем 30 из них импортных. Найти вероятность того, что среди 5 проданных в течение дня телевизоров окажется 3 импортных телевизора, предполагая, что вероятности покупки телевизоров разных марок одинаковы.

1.2. В банк поступило 20 авизо. Подозревают, что среди них 4 фальшивых. Тщательной проверке подвергают 15 авизо. Чему равна вероятность того, что в ходе проверки обнаружится ровно 2 фальшивых авизо?

1.3. Среди 30 студентов, из которых 20 девушек, разыгрываются 5 билетов, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся 3 юноши и 2 девушки?

1.4. Десять различных книг расставлены на полке наудачу. Определить вероятность того, что при этом три определенные книги окажутся поставленными рядом.

1.5. Из 60 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент подготовил 50. Какова вероятность того, что вытянутый студентом билет, содержащий два вопроса, будет состоять из подготовленных им вопросов?

1.6. Покупатель может приобрести акции трех компаний: А, В и С. Надежность первой компании оценивается экспертами на уровне 90%, второй – 95% и третьей – 85%. Чему равна вероятность того, что а) только одна компания станет банкротом, б) наступит хотя бы одно банкротство?

1.7. Вероятность того, что в библиотеке необходимая студенту книга свободна, равна 0,2. Найти вероятность того, что в поисках необходимой книги студент посетит ровно три библиотеки, если в городе четыре библиотеки.

1.8. Сколько нужно взять деталей, чтобы наивероятнейшее число годных деталей было равно 50, если вероятность того, что наудачу взятая деталь будет бракованной равна 0,1?

1.9. Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает первый сигнализатор равна 0,98, второй – 0,95, третий – 0,90. Найти вероятность того, что при аварии сработает: а) только два сигнализатора, б) хотя бы один сигнализатор.

1.10. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и потому набирает ее наудачу. Определить вероятность того, что ему придется звонить не более, чем в три места.

Задание 2

2.1. На предприятии изготовляются изделия определенного вида на трех поточных линиях. На первой линии производится 25% изделий от всего объема их производства, на второй – 45% и на третьей – 30%. Каждая из линий характеризуется соответственно следующими процентами годности изделий: 95%, 98% и 94%. Определить вероятность того, что наудачу взятое изделие, выпущенное предприятием, окажется годным.

2.2. Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы 4 студента, из второй – 6, из третьей – 5 студентов. Вероятность того, что отобранный студент из первой, второй и третьей группы попадет в сборную университета, равна соответственно 0,5; 0,3 и 0,4. Наудачу выбранный участник соревнований попал в сборную. Найти вероятность того, что он принадлежал второй группе.

2.3. Вероятность того, что клиент банка не вернет заем в период экономического роста, равна 0,05, а в период экономического кризиса – 0,12. Предположим, что вероятность того, что начнется период экономического роста равна 0,7. Чему равна вероятность того, что случайно выбранный клиент банка не вернет полученный кредит?

2.4. Качество изготовляемых деталей проверяется двумя контролерами. Вероятность попадания детали к первому контролеру равна 0,6, ко второму – 0,4. Вероятность считать деталь качественной для первого контролера 0,95, для второго – 0,92. Случайно выбранная деталь признана стандартной. Найти вероятность того, что она проведена первым контролером.

2.5. Курс доллара повышается в течение квартала с вероятностью 0,75 и понижается с вероятностью 0,25. При повышении курса доллара фирма рассчитывает получить прибыль с вероятностью 0,9; при понижении – с вероятностью 0,5. Найти вероятность того, что фирма получит прибыль.

2.6. Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: первый класс – малый риск, второй класс – средний риск, третий класс – большой риск. Среди этих клиентов 60% - первого класса риска, 25% – второго и 15% – третьего. Вероятности выплачивать вознаграждение для первого класса риска равна 0,02, для второго – 0,04, для третьего – 0,08. Какова вероятность того, что получивший денежное вознаграждение застрахованный относится к группе среднего риска?

2.7. Рабочий обслуживает 2 станка, на которых обрабатываются однотипные детали. Вероятность брака для первого станка равна 0,01, для второго – 0,02. Производительность первого станка в два раза больше, чем второго. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь будет доброкачественной.

2.8. Число легковых машин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу грузовых машин, проезжающих по тому же шоссе как 4 : 1. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина 0,1; для легковой машины эта вероятность равна 0,2. К бензоколонке на заправку подъехала машина. Найти вероятность того, что это легковая машина.

2.9. В продажу поступают телевизоры двух заводов. Продукция первого завода содержит 15% телевизоров со скрытым дефектом, второго – 10%. Какова вероятность приобрести исправный телевизор, если в магазин поступило 40% с первого завода и 60% - со второго?

2.10. В каждой из двух урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны, окажется белым.

Задание 3. Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятности:

$$p(x)=\begin{cases}0, & \text{если} \quad x\le a,\\ cf(x), & \text{если} \quad a<x\le b,\\ 0, & \text{если} \quad x>b.\end{cases}$$

Найти:

а) постоянный параметр c;

б) функцию распределения $F(x)$;

в) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(\alpha;\beta)$;

г) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X;

д) построить графики $p(x)$ и $F(x)$.

Конкретные значения $a, b,\ f(x), \alpha$ и β приведены в таблице:

	3.1	**3.2**	**3.3**	**3.4**	**3.5**	**3.6**	**3.7**	**3.8**	**3.9**	**3.10**
$f(x)$	x^2	x^2+x	$x+2$	$2x+1$	x^2+1	$x-1$	x^2-2x	$x+3$	$1-x$	$x-0,5$
a	0	1	1	0	0	1	2	0	0	1
b	2	2	3	2	3	3	4	3	1	3
α	0	1	1	0	2	2	2	0	0	1
β	1	1,5	2	1	3	3	3	2	0,5	2

Задание 4

4.1. Диаметр детали, выпускаемой станком-автоматом, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами $a = 5$ см, $\sigma = 0{,}1$ см. Найти вероятность того, что диаметр наудачу взятой детали: а) составит от 4,9 см до 5,2 см; б) отличается от своего математического ожидания не более, чем на 0,3 см.

4.2. Случайная величина X распределена по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 10. Каково должно быть среднее квадратическое отклонение этой случайной величины, чтобы с вероятностью 0,8 отклонение от математического ожидания по абсолютной величине не превышало 0,2?

4.3. Среднее время работы каждой из двух радиоламп равно 750 ч и 800 ч соответственно. Найти вероятность того, что обе лампы будут работать не менее 1000 часов, если время работы каждой из ламп есть случайная величина, распределенная по показательному закону.

4.4. Время обнаружения цели радиолокатором распределено по показательному закону. Среднее время обнаружения цели равно 10 с. Найти вероятность того, что цель будет обнаружена за время от 5 до 15 секунд после начала поиска.

4.5. Известно, что случайная величина X распределена по равномерному закону распределения с математическим ожиданием 2 и дисперсией $\frac{1}{3}$. Записать выражение для плотности распределения вероятностей $p\,(x)$ и для функции распределения $F\,(x)$ и построить их графики.

4.6. Производится измерение длины стержня без систематических (одного знака) ошибок. Случайные ошибки измерения есть случайная величина X, подчиняющаяся нормальному закону со средним квадратическим отклонением 5 мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 75 мм.

4.7. Валики, изготовляемые автоматом, считаются стандартными, если отклонение диаметра валика от проектного размера не превышает 2 мм. Случайные отклонения диаметра валиков подчиняются нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 1{,}6$ мм и математическим ожиданием $a = 0$ мм. Сколько процентов стандартных валиков изготовляет автомат?

4.8. Случайная погрешность измерения есть случайная величина, подчиняющаяся нормальному закону распределения с параметрами $a = 0$ мм, $\sigma = 9$ мм. Производятся три независимых измерения. Найти вероятность того, что погрешность хотя бы одного измерения не превосходит по абсолютной величине 3 мм.

4.9. Рост взрослого мужчины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами $a = 174$ см и $\sigma^2 = 36$ см^2. Определить вероятность того, что хотя бы один из наудачу выбранных пяти мужчин будет иметь рост от 168 см до 180 см.

4.10. Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметром $a = 25$. Вероятность попадания X в интервал (10; 15) равна 0,02. Чему равна вероятность попадания X в интервал (35; 40)?

Задание 5

5.1. Заданы среднее квадратическое отклонение σ нормально распределенной случайной величины *X*, выборочная средняя $\overline{x}$, объем выборки *n*. Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания *a*, если заданная надежность равна: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}99$. Величины σ, $\overline{x}$ и *n* заданы в таблице

	5.1	**5.2**	**5.3**	**5.4**	**5.5**	**5.6**	**5.7**	**5.8**	**5.9**	**5.10**
σ	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
$\overline{x}$	18,21	18,41	18,51	18,31	18,71	18,81	19,81	20,11	19,71	19,61
n	16	49	36	100	81	25	49	16	36	64

Задание 6. Для интервального статистического ряда, полученного в результате наблюдения случайной величины, требуется:

1) вычислить числовые характеристики данного эмпирического распределения: выборочную среднюю и выборочную дисперсию;
2) записать плотность вероятности и функцию распределения исследуемой случайной величины, считая, что она распределена по нормальному закону;
3) вычислить теоретические частоты предполагаемого нормального распределения;
4) при заданном уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, пользуясь критерием χ^2 Пирсона.

Интервальные статистические ряды имеют следующий вид:

6.1. Распределение 500 рабочих предприятия по времени, затрачиваемому на обработку одной детали:

Время, мин	4,0 – 4,5	4,5 – 5,0	5,0 – 5,5	5,5 – 6,0	6,0 – 6,5
Число рабочих	4	14	55	92	160

6,5 – 7,0	7,0 – 7,5	7,5 – 8,0	8,0 – 8,5
96	66	11	2

6.2. Распределение 200 приборов по сроку эксплуатации до первого отказа:

Срок службы	300 – 400	400 – 500	500 – 600	600 – 700	700 – 800
Количество приборов	1	9	18	33	40

800 – 900	900 – 1000	1000 – 1100	1100 – 1200
52	29	14	4

6.3. Распределение 1000 женщин по росту:

Рост, см	134–137	137–140	140–143	143–146	146–149	149–152
Число женщин	1	4	16	53	121	193

152–155	155–158	158–161	161–164	164–167	167–170	170–173
229	186	121	53	17	5	1

6.4. Распределение 1000 абонементов потребляемой мощности электроэнергии:

Интервалы мощности, кВт·ч	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35
Количество абонентов	3	13	70	190	290	230

35 – 40	40 – 45	45 – 50
130	62	12

6.5. Распределение числа разладок станков по часам смены:

Часы смены	0 – 1	1 – 2	2 – 3	3 – 4	4 – 5	5 – 6	6 – 7	7 – 8
Количество разладок	12	15	17	20	26	20	14	10

6.6. Распределение 215 спиралей электролампочек по массе:

Интервалы массы, мг	38,5 – 39	39 – 39,5	39,5 – 40	40 – 40,5	40,5 – 41
Количество ламп	10	17	22	39	47

41 – 41,5	41,5 – 42	42 – 42,5
40	27	13

6.7. Распределение 200 образцов пиломатериала по толщине, см:

Границы интервала	4 – 6	6 – 8	8 – 10	10–12	12 – 14	14 – 16	16 – 18
Количество образцов	15	26	25	30	26	21	24

18 – 20	20 – 22
20	13

6.8. Распределение 750 радиоламп по срока службы:

Срок службы, ч	100 – 200	200 – 300	300 – 400	400 – 500
Количество ламп	5	30	150	200

500 – 600	600 – 700	700 – 800	800 – 900
200	120	40	5

6.9. Распределение 60 валиков по диаметру:

Диаметр, мм	13,94 – 14,04	14,04 – 14,14	14,14 – 14,24
Количество валиков	1	1	4

14,24 – 14,34	14,34 – 14,44	14,44 – 14,54	14,54 – 14,64	14,64 – 14,74
10	15	13	10	6

6.10. Результаты наблюдения за среднесуточной температурой воздуха в течение 320 суток:

T^0, C	–40 – 30	–30 – 20	–20 – 10	–10 – 0
Количество дней	5	10	25	42

0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50
90	85	38	22	3

Задание 7. Требуется по заданной корреляционной таблице найти:

1) числовые характеристики $\overline{x}$, $\overline{y}$, σ_x, σ_y;
2) коэффициент корреляции;
3) выборочное уравнение прямой $\overline{y_x} - \overline{y} = r\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}\left(x - \overline{x}\right)$ регрессии *Y* на *X*;
4) при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве генерального коэффициента корреляции нулю при конкурирующей гипотезе $H_1 : r_Г \neq 0$.

7.1.

$Y \backslash X$	5	10	15	20	25	30	n_y
25	4	2	–	–	–	–	6
35	–	5	2	–	–	–	7
45	–	–	5	45	7	–	57
55	–	–	3	8	5	–	16
65	–	–	–	4	7	3	14
n_x	4	7	10	57	19	3	$n = 100$

7.2.

Y \ X	5	10	15	20	25	30	n_y
30	2	4	–	–	–	–	6
40	–	5	4	–	–	–	9
50	–	–	40	2	8	–	57
60	–	–	5	10	6	–	21
70	–	–	–	4	7	3	14
n_x	2	9	49	16	21	3	$n = 100$

7.3.

Y \ X	10	15	20	25	30	35	n_y
25	3	3	–	–	–	–	6
35	–	6	3	–	–	–	9
45	–	–	6	40	4	–	50
55	–	–	2	13	6	–	21
65	–	–	–	4	7	3	14
n_x	3	9	11	57	17	3	$n = 100$

7.4.

Y \ X	2	7	12	17	22	27	n_y
100	2	4	–	–	–	–	6
110	–	6	2	–	–	–	8
120	–	–	3	50	2	–	55
130	–	–	1	10	6	–	17
140	–	–	–	4	7	3	14
n_x	2	10	6	64	15	3	$n = 100$

7.5.

X / Y	5	10	15	20	25	30	n_y
20	2	4	–	–	–	–	6
30	–	4	6	–	–	–	10
40	–	–	5	35	10	–	50
50	–	–	7	7	8	–	22
60	–	–	–	3	6	3	12
n_x	2	8	18	45	24	3	n = 100

7.6.

X / Y	10	15	20	25	30	35	n_y
30	5	1	–	–	–	–	6
40	–	6	2	–	–	–	8
50	–	–	5	40	5	–	50
60	–	–	2	8	7	–	18
70	–	–	–	4	7	8	19
n_x	5	7	9	52	19	8	n = 100

7.7.

X / Y	5	10	15	20	25	30	n_y
30	2	3	1	–	–	–	6
40	–	5	3	–	–	–	8
50	–	–	9	40	2	–	51
60	–	–	4	11	6	–	21
70	–	–	–	4	7	3	14
n_x	2	8	17	55	15	3	n = 100

7.8.

X / Y	15	20	25	30	35	40	n_y
25	4	2	–	–	–	–	6
35	–	6	4	–	–	–	10
45	–	–	6	40	2	–	48
55	–	–	2	10	6	–	18
65	–	–	–	7	7	4	18
n_x	4	8	12	57	15	4	n = 100

7.9.

$Y \backslash X$	5	10	15	20	25	30	n_y
20	3	5	–	–	–	–	8
30	–	3	5	–	–	–	8
40	–	–	7	35	8	–	50
50	–	–	2	10	8	–	20
60	–	–	–	5	6	3	14
n_x	3	8	14	50	22	3	n = 100

7.10.

$Y \backslash X$	10	15	20	25	30	35	n_y
25	1	4	–	–	–	–	5
35	–	7	3	–	–	–	10
45	–	–	1	50	3	–	54
55	–	–	1	10	6	–	17
65	–	–	–	4	7	3	14
n_x	1	11	5	64	16	3	n = 100

ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задание 1. На сессии студенту предстоит сдать экзамены по трем предметам. Студент освоил 90% вопросов по первому предмету, 80% – по второму и 60% – по третьему предмету. Какова вероятность, что а) студент сдаст только один экзамен; б) студент сдаст хотя бы один экзамен?

Решение.

а) Пусть B – студент сдаст только один экзамен; A_1 – студент сдаст экзамен по первому предмету, A_2 – студент сдаст экзамен по второму предмету, A_3 – студент сдаст экзамен по третьему предмету. Тогда

$$B = A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} + \overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3} + \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3.$$

По условию $P(\overline{A_1}) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1;$ $P(\overline{A_2}) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2;$ $P(\overline{A_3}) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4.$ Так как A_1, A_2, A_3 события независимые, а $A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}$, $\overline{A_1} \cdot A_2 \cdot \overline{A_3}$, $\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot A_3$ – несовместные, то, применяя теорему сложения для несовместных событий и теорему умножения для независимых событий, получим

$$P(B) = P(A_1)P(\overline{A_2})P(\overline{A_3}) + P(\overline{A_1})P(A_2)P(\overline{A_3}) + P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(A_3) =$$

$$= 0{,}9 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}4 + 0{,}1 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}4 + 0{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}6 = 0{,}116.$$

б) Пусть C – студент сдаст хотя бы один экзамен, тогда противоположное событие $\overline{C}$ – студент не сдаст ни одного экзамена.
$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - P(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = 1 - 0{,}1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}992.$

Задание 2. В торговую фирму поступили телевизоры от двух поставщиков в отношении 3:2. Практика показала, что телевизоры, поступающие от первого поставщика, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока в 95% случаев, от второго – 92% случаев.

а) Найти вероятность того, что поступивший в торговую фирму телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока.

б) Проданный телевизор не потребовал ремонта в течение гарантийного срока. Какова вероятность того, что он поступил в фирму от первого поставщика.

Решение.

а) Обозначим события: B – телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока; A_1 – телевизор поступил в фирму от первого поставщика; A_2 – телевизор поступил в фирму от второго поставщика.

По условию

$$P(A_1) = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5} = 0{,}6; \quad P\left(B/A_1\right) = 0{,}95;$$
$$P(A_2) = \frac{2}{3+2} = \frac{2}{5} = 0{,}4; \quad P\left(B/A_2\right) = 0{,}92.$$

По формуле полной вероятности

$$P(B) = P(A_1) \cdot P\left(B/A_1\right) = 0{,}6 \cdot 0{,}95 + 0{,}4 \cdot 0{,}92 = 0{,}938.$$

б) По формуле Байеса

$$P\left(A_1/B\right) = \frac{P(A_1) \cdot P\left(B/A_1\right)}{P(A_1) \cdot P\left(B/A_1\right) + P(A_2) \cdot P\left(B/A_2\right)} =$$
$$= \frac{0{,}6 \cdot 0{,}95}{0{,}6 \cdot 0{,}95 + 0{,}4 \cdot 0{,}92} = \frac{0{,}57}{0{,}938} \approx 0{,}61.$$

Задание 3. Непрерывная случайная величина X задана плотностью вероятности:

$$p(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1, \\ c(x-1), & \text{если } 1 < x \le 4, \\ 0, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

Найти:

а) постоянный параметр c;

б) функцию распределения $F(x)$;

в) вероятность попадания случайной величины X в интервал $(2;3)$;

г) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X;

д) построить графики $p(x)$ и $F(x)$.

Решение.

а) Постоянный параметр c найдем из условия того, что функция $p(x)$ является плотностью вероятности, значит, должно выполняться условие $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} p(x)\,dx = 1$. Тогда с учетом условия имеем уравнение для нахождения параметра c: $\int\limits_{-\infty}^{1} 0\,dx + \int\limits_{1}^{4} c(x-1)\,dx + \int\limits_{4}^{+\infty} 0\,dx = 1$, откуда $c\int\limits_{1}^{4}(x-1)\,dx = 1$, значит,

$c = \dfrac{1}{\int\limits_{1}^{4}(x-1)\,dx}$. Поскольку

$$\int\limits_{1}^{4}(x-1)\,dx = \left(\frac{x^2}{2} - x\right)\Bigg|_{1}^{4} = \left(\frac{4^2}{2} - 4\right) - \left(\frac{1^2}{2} - 1\right) = (8-4) - \frac{1}{2} + 1 = \frac{9}{2}, \text{ то } c = \frac{2}{9}.$$

б) Функцию распределения $F(x)$ найдем по ее связи с плотностью вероятности: $F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} p(t)\,dt$. При $x \le 1$имеем:

$F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} 0\,dt = 0$; при $1 < x \le 4$ получаем, что

$$F(x) = \int\limits_{-\infty}^{1} 0\,dt + \int\limits_{1}^{x} \frac{2}{9}(t-1)\,dt = 0 + \frac{2}{9}\left(\frac{t^2}{2} - t\right)\Bigg|_{1}^{x} = \frac{2}{9}\left(\left(\frac{x^2}{2} - x\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right)\right) =$$

$$= \frac{2}{9}\,\frac{x^2 - 2x + 1}{2} = \frac{(x-1)^2}{9};$$

при $x > 4$ имеем:

$$F(x) = \int\limits_{-\infty}^{1} 0\,dt + \int\limits_{1}^{4} \frac{2}{9}(t-1)\,dt + \int\limits_{4}^{x} 0\,dt = \frac{2}{9}\left(\frac{t^2}{2} - t\right)\Bigg|_{1}^{4} = \frac{2}{9}\left(\left(\frac{4^2}{2} - 4\right) - \left(\frac{1^2}{2} - 1\right)\right) =$$

$$= \frac{2}{9}\left(8 - 4 - \frac{1}{2} + 1\right) = \frac{2}{9} \cdot \frac{9}{2} = 1.$$

Итак, функция распределения имеет вид: $F(x)=\begin{cases}0, & \text{если} \quad x \le 1,\\ \dfrac{1}{9}(x-1)^2, & \text{если} \quad 1 < x \le 4,\\ 1, & \text{если} \quad x > 1.\end{cases}$

в) Искомая вероятность равна приращению функции распределения на интервале $(\alpha;\beta)$: $P(\alpha < X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$. Для $\alpha = 2$, $\beta = 3$ имеем:
$P(2 < X < 3) = F(3) - F(2) = \frac{1}{9}(3-1)^2 - \frac{1}{9}(2-1)^2 = \frac{4}{9} - \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$.

г) Математическое ожидание случайной величины X найдем по формуле: $M(X) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} xp(x)\,dx$, что в данном случае означает

$$M(X) = \int\limits_1^4 x\frac{2}{9}(x-1)\,dx = \frac{2}{9}\int\limits_1^4 x^2 dx - \frac{2}{9}\int\limits_1^4 x\,dx = \frac{2}{9}\cdot\frac{x^3}{3}\Bigg|_1^4 - \frac{2}{9}\cdot\frac{x^2}{2}\Bigg|_1^4 =$$

$$= \frac{2}{9}\left(\frac{64}{3} - \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{9}(16-1) = \frac{2}{9}\cdot 21 - \frac{15}{9} = \frac{27}{9} = 3.$$

Дисперсию случайной величины X находим по формуле:
$D(X) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x^2 p(x)dx - M^2(X)$, что в нашем случае означает

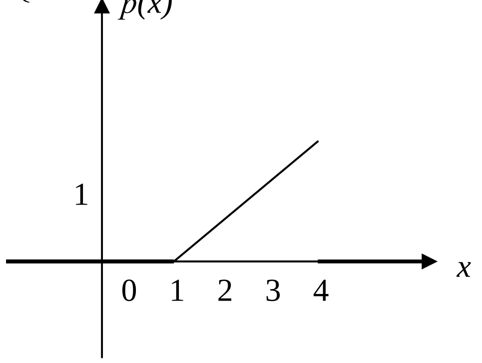
$$D(X) = \int\limits_1^4 x^2\cdot\frac{2}{9}(x-1)dx - 3^2 = \frac{2}{9}\int\limits_1^4 (x^3 - x^2)dx - 9 = \frac{2}{9}\left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_1^4 - 9 =$$

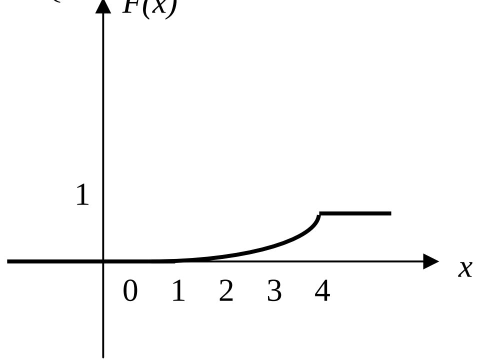
$$\frac{2}{9}\left(\left(\frac{256}{4} - \frac{64}{3}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right)\right) - 9 = \frac{2}{9}\left(\frac{128}{3} + \frac{1}{12}\right) - 9 = \frac{19}{2} - 9 = \frac{1}{2} = 0{,}5.$$

Тогда среднее квадратическое отклонение $\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{0{,}5} \approx 0{,}7$.

д) Строим графики

$p(x)=\begin{cases}0, \ \text{если} \ x \le 4,\\ \dfrac{1}{9}(x-1), \ \text{если} \ 1 < x \le 4,\\ 0, \ \text{если} \ x > 4.\end{cases}$ и $F(x)=\begin{cases}0, \ \text{если} \ x \le 1,\\ \dfrac{1}{9}(x-1)^2, \ \text{если} \ 1 < x \le 4,\\ 1, \ \text{если} \ x > 1.\end{cases}$





Задание 4. Случайная величина X распределена по нормальному закону с математическим ожиданием $M(X)=2$ и дисперсией $D(X)=25$. Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, принадлежащее интервалу (1; 4).

Решение. Используем формулу

$$P(\alpha < X < \beta) = \frac{1}{2}\left(\Phi\left(\frac{\beta-\alpha}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right)\right),$$

где $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{x} p(t)dt$ – функция Лапласа, значения которой находим в таблице. В данном случае $a = M(X) = 2, \quad \sigma = \sqrt{D(X)} = 5, \quad \alpha = 1, \beta = 4.$ Тогда

$$P(1 < X < 4) = \frac{1}{2}\left(\Phi\left(\frac{4-2}{5}\right) - \Phi\left(\frac{1-2}{5}\right)\right) = \frac{1}{2}(\Phi(0{,}4) - \Phi(-0{,}2)) =$$

$$= \frac{1}{2}(\Phi(0{,}4) + \Phi(0{,}2)) = \frac{1}{2}(0{,}31084 + 0{,}15852) = 0{,}2347.$$

Задание 5. Заданы среднее квадратическое отклонение $\sigma = 4$, выборочная средняя $\bar{x} = 15{,}11$, объем выборки $n = 64$. Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания *a*, если заданная надежность равна: а) $\gamma = 0{,}95$; б) $\gamma = 0{,}99$.

Решение. Как известно, в этом случае доверительный интервал имеет вид $\left(\bar{x} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}};\ \bar{x} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, где t – корень уравнения $F(t) = \frac{\gamma}{2}$ (здесь функция Лапласа $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{0}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$).

Найдем t . Для случая а) имеем: $F(t) = \frac{0{,}95}{2} = 0{,}475$. По таблице (приложение 2) учебника [3] найдем t = 1,96. Найдем точность оценки

$$\delta = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1{,}96 \cdot 4}{8} = 0{,}98.$$

Искомый доверительный интервал имеет вид: (15,11 – 0,98; 15,11 + 0,98), или (14,13; 16,09). Смысл полученного результата таков: если будет произведено достаточно большое число выборок, то 95% из них определяет такие доверительные интервалы, в которых математическое ожидание будет заключено и лишь в 5% случаев оцениваемое математическое ожидание может выйти за границы доверительного интервала.

В случае б) по аналогии найдем t из уравнения $F(t)=\frac{0{,}99}{2}=0{,}495$. Из тех же таблиц определим t = 2,58, тогда точность оценки

$$\delta=\frac{t\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{2{,}58\cdot 4}{8}=1{,}29.$$

Доверительный интервал имеет вид: (15,11 – 1,29; 15,11 + 1,29) = (13,82; 16,4), т.е. с повышением надежности оценки γ точность оценки уменьшилась, доверительный интервал стал «шире».

Задание 6. Получены следующие опытные данные:

Границы интервала	10 – 12	12 – 14	14 – 16	16 – 18	18 – 20	20 – 22	22 – 24
Частоты	2	4	8	12	16	10	3

Требуется:

1) найти параметры теоретического закона распределения, считая его нормальным;
2) найти выражения плотности вероятности и функции распределения;
3) вычислить теоретические частоты;
4) пользуясь критерием согласия Пирсона, при уровне значимости $\alpha=0{,}05$ установить, согласуются ли опытные данные с предположением о распределении случайной величины по нормальному закону.

Решение. Параметры a и σ теоретического закона распределения найдем методом произведений. Для этого составим таблицу, в первый столбец которой внесем середины интервалов, в второй – частоты, в качестве ложного нуля выберем варианту 17 (она расположена в середине вариационного ряда), в клетку третьего столбца, которая принадлежит строке, содержащей выбранный ложный нуль, запишем 0, над нулем – последовательно – 1, – 2, – 3; под нулем 1, 2, 3. Произведения частот на условные варианты запишем в четвертый столбец; их сумму $\sum n_i u_i = 23$ поместим в нижнюю клетку столбцы; произведения частот на квадраты условных вариант запишем в пятый столбец, их сумму $\sum n_i u_i^2 = 125$, помещаем в нижнюю клетку столбца. В итоге получим расчетную таблицу.

x_i	n_i	u_i	$n_i u_i$	$n_i u_i^2$
1	2	3	4	5
11	2	– 3	– 6	18
13	4	– 2	– 8	16
15	8	– 1	– 8	8
17	12	0	0	0
19	16	1	16	16

1	2	3	4	5
21	10	2	20	40
23	3	3	9	27
	n = 55		$\sum n_i u_i = 23$	$\sum n_i u_i^2 = 125$

Вычислим условные моменты первого и второго порядков

$$M_1^* = \frac{\sum n_i u_i}{n} = \frac{23}{55} \approx 0{,}42;$$

$$M_2^* = \frac{\sum n_i u_i^2}{n} = \frac{125}{55} \approx 2{,}27.$$

Поскольку шаг h равен 2 (разность между серединами интервалов), выборочная средняя будет равна

$$\overline{x_B} = M_1^* h + c = 0{,}42 \cdot 2 + 17 = 17{,}84;$$

выборочная дисперсия –

$$D_B = \left(M_2^* - \left(M_1^*\right)^2\right) \cdot h^2 = (2{,}27 - (0{,}42)^2) \cdot 4 = (2{,}27 - 0{,}1764) \cdot 4 = 8{,}3744;$$

Исправленное среднее квадратическое отклонение –

$$S^2 = \frac{n}{n-1} D_B = 8{,}5244; \quad S = 2{,}92.$$

В качестве оценки параметра a примем $\overline{x_B}$, т.е. a = 17,84; в качестве $\sigma -$ исправленное среднее квадратическое отклонение S, т.е. $\sigma = 2{,}92$.

Плотность вероятности нормального распределения имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},$$ что в нашем случае означает

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 2{,}92} e^{-\frac{(x-17{,}84)^2}{2 \cdot 8{,}5294}};$$

функция распределения $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(z-a)^2}{2 \cdot \sigma^2}} dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 2{,}92} \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(z-17{,}84)^2}{17{,}0588}} dz$.

Вычислим теоретические частоты, где $u_i = \frac{x_i - \overline{x_B}}{S}$; $\varphi(x)$ находим из таблиц значений функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ (работа [3], приложение 1). Если объем выборки $n > 100$, то исправленное среднее квадратическое S практически совпадает с выборочным средним квадратическим $\sigma_B = \sqrt{D_B}$, поэтому во всех формулах вместо S можно употреблять σ_B. Вычисления оформим в виде таблицы:

x_i	n_i	$x_i - \overline{x_B}$	$u_i = \dfrac{x_1 - \overline{x_B}}{S}$ $\left(u_i = \dfrac{x_1 - \overline{x_B}}{\sigma_B} \right)$	$\varphi(u_i)$	$n_i' = \dfrac{nh}{S} \varphi(u_i) =$ $= 37{,}67\, \varphi(u_i)$
11	2	– 6,84	– 2,34	0,0258	0,972
13	4	– 4,84	– 1,16	0,1006	3,790
15	8	– 2,84	– 0,97	0,2492	9,388
117	12	– 0,84	– 0,29	0,3825	14,409
19	16	1,16	0,40	0,3683	13,874
21	10	3,16	1,08	0,2227	8,389
23	3	5,16	1,77	0,0833	3,138

При уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверим гипотезу о нормальном распределении. Для этого применим критерий χ^2 согласия Пирсона. Все вычисления запишем в таблице:

n_i	n_i'	$n_i - n_i'$	$\left(n_i - n_i'\right)^2$	$\dfrac{\left(n_i - n_i'\right)^2}{n_i'}$
2	0,972	1,028	1,057	1,087
4	3,790	0,210	0,0441	0,0116
8	9,388	– 1,388	1,9265	0,2052
12	14,409	– 2,409	5,8033	0,4027
16	13,874	– 2,126	4,5199	0,3258
10	8,389	– 1,611	2,5953	0,3094
3	3,138	– 0,138	0,0190	0,0060
				$\chi^2_{\text{набл.}} = 2{,}3477$

По таблице критических точек распределения χ^2 по уровню значимости $\alpha = 0{,}05$ и числу степеней свободы $k = l - 1 - r$, где l – число групп (частичных интервалов) l = 7, r = 2 (с помощью выборки мы оценили два параметра распределения), т.е. k = 4, найдем критическую точку χ_0^2 правосторонней критической области: $\chi_0^2 = 9{,}5$ (работа [3], приложение5). Поскольку $\chi^2_{\text{набл.}} < \chi_0^2$, гипотеза о нормальном распределении опытных данных не противоречит результатам наблюдений.

Задание 7. Требуется по заданной корреляционной таблице найти:

1) числовые характеристики выборки $\overline{x}$, $\overline{y}$, σ_x, σ_y;
2) коэффициент корреляции;
3) выборочные уравнения прямой $\overline{y_x} - \overline{y} = r \dfrac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \overline{x})$ регрессии Y на X;

4) при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве генерального коэффициента корреляции нулю при конкурирующей гипотезе $H_1 : r_Г \neq 0$.

$Y \backslash X$	5	10	15	20	25	30	35	40	n_y
100	2	1							3
120	3	4	3						10
140			5	10	8				23
160				1		6	1	1	9
180							4	1	5
n_x	5	5	8	11	8	6	5	2	50

Решение. Перейдем от вариант *X*, *Y* к условным вариантам *u* и *v*

$$u_i = \frac{x_i - c_1}{h_1}, \qquad v_j = \frac{y_j - c_2}{h_2},$$

где c_1 – «ложный нуль» вариант X (новое начало отсчета); c_2 – «ложный нуль» вариант Y; h_1 – шаг, т.е. разность между двумя соседними вариантами X; h_2 – шаг вариант Y. В качестве «ложного нуля» принимаем варианту, которая расположена примерно в середине вариационного ряда. В нашей задаче $c_1 = 20$, $c_2 = 140$, $h_1 = 5$, $h_2 = 20$. Составим корреляционную таблицу в условных вариантах:

$v \backslash u$	− 3	− 2	− 1	0	1	2	3	4	n_v
− 2	2	1							3
− 1	3	4	3						10
0			5	10	8				23
1				1		6	1	1	9
2							4	1	5
n_u	5	5	8	11	8	6	5	2	$n = 50$

Найдем $\bar{u}$ и $\bar{v}$:

$$\bar{u} = \frac{\sum n_u u}{n} = \frac{5\cdot(-3) + 5\cdot(-2) + 8\cdot(-1) + 5\cdot 0 + 8\cdot 1 + 6\cdot 2 + 5\cdot 3 + 2\cdot 4}{50} = 0{,}2;$$

$$\bar{v} = \frac{\sum n_v v}{n} = \frac{3\cdot(-2) + 10\cdot(-1) + 23\cdot 0 + 9\cdot 1 + 5\cdot 2}{50} = 0{,}06.$$

Найдем вспомогательные величины $\overline{u^2}$ и $\overline{v^2}$:

$$\overline{u^2}=\frac{\sum n_u u^2}{n}=\frac{5\cdot 9+5\cdot 4+8\cdot 1+11\cdot 0+8\cdot 1+6\cdot 4+5\cdot 9+2\cdot 16}{50}=3{,}64;$$

$$\overline{v^2}=\frac{\sum n_v v^2}{n}=\frac{3\cdot 4+10\cdot 1+23\cdot 0+9\cdot 1+5\cdot 4}{50}=\frac{51}{50}=1{,}02.$$

Найдем σ_u и σ_v:

$\sigma_u=\sqrt{\overline{u^2}-\left(\overline{u}\right)^2}=\sqrt{3{,}64-(0{,}2)^2}=1{,}897$;

$\sigma_v=\sqrt{\overline{v^2}-\left(\overline{v}\right)^2}=\sqrt{1{,}02-(0{,}06)^2}=1{,}008$.

Найдем

$\sum n_{uv}\cdot u\cdot v=2\cdot(-3)\cdot(-2)+1\cdot(-2)\cdot(-2)+3\cdot(-3)\cdot(-1)+4\cdot(-2)\cdot(-1)+$

$+3\cdot(-1)\cdot(-1)+5\cdot(-1)\cdot 0+10\cdot 0\cdot 0+8\cdot 1\cdot 0+1\cdot 0\cdot 1+6\cdot 2\cdot 1+1\cdot 3\cdot 1+$

$+1\cdot 4\cdot 1+4\cdot 3\cdot 2+1\cdot 4\cdot 2=12+4+9+8+3+12+3+4+24+8=87.$

Найдем $\overline{x}$, $\overline{y}$, σ_x, σ_y:

$\overline{x}=\overline{u}\,h_1+c_1=0{,}2\cdot 5+20=21$;

$\overline{y}=\overline{v}\,h_2+c_2=0{,}06\cdot 20+140=141{,}2$;

$\sigma_x=h_1\sigma_u=5\cdot 20+1{,}897=9{,}485$;

$\sigma_y=h_2\sigma_v=20\cdot 1{,}008=20{,}16$.

Найдем выборочный коэффициент корреляции:

$$r_B=\frac{\sum n_{uv}uv-n\overline{u}\,\overline{v}}{n\sigma_u\sigma_v}=\frac{87-50\cdot 0{,}2\cdot 0{,}06}{50\cdot 1{,}90\cdot 1{,}01}=0{,}903.$$

Искомое уравнение выборочной прямой регрессии Y на X найдем по формуле

$$\overline{y_x}-\overline{y}=r_B\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\left(x-\overline{x}\right).$$

Окончательно имеем

$$\overline{y_x}-141{,}2=0{,}903\cdot\frac{20{,}16}{9{,}485}\left(x-21\right),$$

или $\overline{y_x}=1{,}92x+100{,}90$.

Проверим нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции.

Вычислим наблюдаемое значение критерия:

$$T_{\text{набл.}}=\frac{r_B\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_B^2}}=\frac{0{,}90\sqrt{50-2}}{\sqrt{1-0{,}90^2}}=14{,}31.$$

По условию конкурирующая гипотеза имеет вид $r_Г \neq 0$, поэтому критическая область – двусторонняя. По таблице критических точек распределения Стьюдента, уровню значимости $\alpha = 0{,}05$ и числу степеней свободы $k = n - 2 = 50 - 2 = 48$ найдем критическую точку двусторонней критической области $t_{\text{кр.}}(0{,}05; 48) = 2{,}01$.

Так как $T_{\text{набл.}} > T_{\text{кр.}}$, нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции отвергаем. Другими словами, коэффициент корреляции значимо отличается от нуля, следовательно, X и Y коррелируют.