

управление u_0 заранее задано и является дискретным. Поэтому задача оптимального управления сводится к нахождению оптимального управления с обратной связью $u_1^* = u_1^*(t, Z(t))$ и решается следующим образом [2, с. 374]:

$$u_1^*(t_j) = \begin{cases} 0 & , Z(t_{j-1}) > Z^0(t_{j-1}), \\ Y_i(t_j) & , Z(t_{j-1}) \leq Z^0(t_{j-1}), \end{cases} \quad j = 1, 2 \dots T, \quad (3)$$

где Y_i — объем знаний, повторяемый в момент времени t_j .

Общий объем повторенного материала определяется формулой

$$Y = \sum_{i=1}^M Y_i, \quad Y \in X,$$

где M — число контрольных и самостоятельных работ на повторение пройденного материала.

Оптимальная траектория рассчитывается по формуле

$$Z^*(u_1^*, t) = Z_0 e^{-kt} + e^{-kt} \int (k_0 u_0(t) + k_1 u_1^*(t)) e^{kt} dt. \quad (4)$$

Применение метода, изложенного выше, позволит оптимально управлять учебным процессом и повысить качество обучения в вузе.

Литература

1. Лагоша, Б.А. Оптимальное управление в экономике: теория и приложения / Б.А. Лагоша. — М.: Финансы и статистика, 2008.
2. Седун, А.М. Математические методы оптимального управления обучением / А.М. Седун, С.Я. Жукович // Науч. тр. Белорус. гос. экон. ун-та; редкол.: В.Н. Шимов [и др.]. — Минск, 2010. — С. 369–376.

А.В. Кивеец, аспирант
В.Я. Асанович, д-р хим. наук, профессор
БГЭУ (Минск)

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАБИЛИЗАЦИИ ХАОТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ РЫНКА

Одним из критериев хаотичности поведения экономической системы является ее существенная чувствительность к начальным условиям, количественной мерой которой выступает старший показатель Ляпунова. Данный показатель характеризует степень экспоненциального расхождения соседних траекторий. Наиболее распространенным методом расчета показателей Ляпунова является алгоритм Бенеттина [1], который подразумевает многократный перерасчет параметра Ляпунова λ посредством применения расчетов к различным точкам возмущения. Нами рас-

смотрено поведение конкурирующих фирм в рамках модели дуополии Курно—Пу. В данной модели рынка спрос на продукцию равен предложению, а предложение — размерам производства двух конкурентов, предельные издержки которых являются постоянными величинами. Как известно, более предсказуемая динамика рынка и наличие возможностей по прогнозированию существенно сокращают издержки фирмы и создают дополнительные преимущества перед конкурентами. В связи с этим выход на непредсказуемые траектории развития крайне нежелателен. При помощи алгоритма Бенеттина возможно также получить «границы» хаоса относительно показателей предельных издержек. Вопросы управления хаосом, подавления хаотического поведения системы являются достаточно интересной и новой областью развития теории хаоса и ее применения в экономике. Все методы синхронизации можно разделить на две большие группы: с обратной связью и без нее. Первая группа методов пользуется корректирующими воздействиями на систему с ориентацией на необходимые значения динамических переменных, вторая — не учитывает текущее состояние динамических переменных системы. По результатам численного моделирования по методу контролируемого хаоса [2] нами определен необходимый закон управления предельными издержками фирмы для перехода на периодическую траекторию. Более прост алгоритм управления хаосом с запаздывающей обратной связью, который требует минимум дополнительной информации [3]. Компьютерная реализация данного метода позволяет даже одному игроку контролировать изначально хаотический рынок. Но так как контроль реализуется над объемом производства только одной фирмы, осуществление такого рода корректировок требует более тщательной оценки как последующего состояния рынка, так и возможных объемов продаж самой фирмы. Также в рамках указанной модели нами апробированы методы скользящего режима и контроля хаоса с использованием адаптивного метода. Результаты исследований показали, что разработанные методы управления хаосом представляют собой мощный инструмент регулирования поведения экономической системы. Их применение позволяет привести весь рынок в состояние равновесия, стабилизировать динамику каждого из игроков рынка и вывести их объемы производства на регулярный режим.

Литература

1. *Tramontana, F.* New properties of the Cournot duopoly with isoelastic demand and constant unit costs / F. Tramontana, L. Gardini, T. Puu // Working Papers Series in Economics, Mathematics and Statistics. — 2010.
2. *Matsumoto, A.* Controlling Cournot-Nash equilibrium / A. Matsumoto // J. of Optimization Theory and Applications. — 2006. — Vol. 128. — Iss. 2. — P. 379–392.

3. *Iwaszczuk, N.* Some Features of application delayed feedback control method to Cournot-Puu duopoly model / N. Iwaszczuk // *Econtechmod. An international quarterly journal.* — 2013. — Vol. 2. — №. 4. — P. 29–37.

А.В. Марков, канд. физ.-мат. наук, доцент
БГЭУ (Минск)

В.И. Яшкин, канд. физ.-мат. наук, доцент
БГУ (Минск)

ОБОБЩЕНИЕ СХЕМЫ БЕРНУЛЛИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ-МЕНЕДЖЕРОВ

Деятельность различных экономических объектов всегда связана с исследованием и решением ряда сложных математических задач. Некоторые из них можно решить с помощью математического моделирования и вероятностных методов. Известная схема Бернулли успешно реализуется во многих задачах, в том числе и в сфере менеджмента. Если испытания независимы, в любом опыте результаты ранее произведенных испытаний не влияют на наступление определенного события. Некоторым обобщением схемы Бернулли для независимых испытаний на случай схемы для зависимых испытаний является цепь Маркова [1, с. 43–47].

Будем понимать под случайным событием состояние марковской цепи, тогда испытание есть изменение состояния этой цепи.

В качестве учебного примера в курсе «Высшая математика», преподаваемом авторами студентам специальностей «Менеджмент (в сфере международного туризма)» (БГУ) и «Экономика и управление туристической индустрией» (БГЭУ), можно привести следующую задачу. Пусть задана матрица перехода для среднестатистического туриста в группе дайвинга на побережье Красного моря

$$P = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,5 \\ 0,3 & 0,2 & 0,5 \\ 0,5 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}.$$

После погружения турист может находиться в одном из трех состояний: чувствует себя хорошо (i_1), чувствует себя удовлетворительно (i_2), чувствует себя неудовлетворительно (i_3). Если турист чувствует себя хорошо, то сервисы отеля в среднем получают дополнительно $q_1 = 80$ дол. прибыли, если удовлетворительно — $q_2 = 40$ дол. прибыли, а если неудовлетворительно, то отель может понести убытки в размере $q_3 = -50$ дол. Найти ожидаемую прибыль за два дня погружений (перехода системы за два шага).