Методические указания для решения задач
по «Эконометрике и экономико-математическим методам и моделям»

Задача 1

Решим задачу при следующих значениях параметров:
$m = 3$ (максимальная длина очереди),
$\lambda = 40$ (заявок в час),
$t_{\text{обс}} = 3$ (минуты на одну заявку),
$c = 500$ (ден.ед. на одну заявку),
$w = 3000$ (ден.ед. за один час работы менеджера по продажам).

Примем час в качестве единицы измерения времени.
Тогда $t_{\text{обс}} = 3/60 = 0,05$ (часа на оду заявку).
Найдем интенсивность нагрузки: $\rho = \lambda t_{\text{обс}} = 40 \cdot 0,05 = 2$.
Найдем уровень загрузки системы: $\chi = \rho/n$

Прибыль = Доход – Расходы.

Доход $= A \cdot c$, где A – абсолютная пропускная способность.
Расходы $= n \cdot w$, где n – число менеджеров по продажам.

$A = \lambda q$, где q – относительная пропускная способность.

$q = 1 - P_{\text{отк}}$, где $P_{\text{отк}}$ – вероятность отказа.

$P_{\text{отк}} = \dfrac{\rho^{n+m}}{n!n^m} P_0$, где P_0 – вероятность того, что в системе нет заявок.

$$P_0 = \left(\sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n!} \frac{\chi - \chi^{m+1}}{1 - \chi} \right)^{-1} \text{ при } \chi \neq 1.$$

$$P_0 = \left(\sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n!} m \right)^{-1} \text{ при } \chi = 1.$$

Из приведенных выше формул следует, что (при указанных выше значениях параметров) прибыль фирмы равна 6677 д.е. при $n = 1$, 10364 д.е. при $n = 2$, 10038 д.е. при $n = 3$. Следовательно, прибыль фирмы максимальна при $n = 2$.

Задача 2

Используем обозначения: N – количество видов товаров, ν_i – годовой спрос на товар вида i, K_i – издержки размещения одного заказа (на товар вида i), s_i – издержки содержания единицы товара вида i в течение года, f_i – расход складской площади на единицу товара вида i, f – общая площадь торгового зала и складских помещений, q_i – размер партии поставки товара вида i.

Суммарные издержки L размещения и содержания в течение года вычисляются по формуле: $L=\sum_{i=1}^{N} K_i\frac{\nu_i}{q_i}+s_i\frac{q_i}{2}$. Максимальная площадь, необходимая для хранения товарных запасов, равна $\sum_{i=1}^{N} f_i q_i$.

Таким образом, задача минимизации суммарных издержек при ограничении на максимальный уровень запаса имеет вид:

$$L=\sum_{i=1}^{N} K_i\frac{\nu_i}{q_i}+s_i\frac{q_i}{2}\to\min,$$
$$\sum_{i=1}^{N} f_i q_i\le f,$$
$$q_i\ge 0,\quad i=\overline{1,N}.$$

Решим задачу при $\alpha=1{,}5$. Значения всех остальных параметров возьмем из табл.2.
Для решения задачи используем табличный процессор Excel.
В результате получим: $q_1=21{,}41$, q_2=23,88, $q_3=36{,}34$, $q_4=30{,}65$, $q_5=25{,}49$.

Множитель Лагража (двойственная оценка ограничения) равен: $\lambda=-3{,}85$.
Следовательно, уменьшение общих расходов на размещение заказов и содержание запасов при увеличении складских помещений на 10 кв.м. приблизительно равно:
$\Delta L\approx\lambda\Delta f=-3{,}85\cdot 10=-38{,}5.$

Задача 3

Будем использовать следующие обозначения: H – спрос за время выполнения заказа, $P\{H=x\}$ – вероятность того, что спрос за время выполнения заказа составит x единиц продукции, $\bar{H}$ – средний спрос за время выполнения заказа, τ – среднее количество дней между очередными поставками, n – среднее количество поставок в голу, $I_{\text{стр}}$ – страховой запас, r – точка размещения заказа, D – уровень дефицита, $\bar{D}$ – средний уровень дефицита, s – издержки хранения единицы продукции в течение одного дня, $L_{\text{стр}}$ – годовые издержки содержания страхового запаса, d – издержки, связанные с дефицитом единицы продукции, $L_{\text{д}}$ – годовые издержки, связанные с дефицитом, L – суммарные издержки, связанные с содержанием страхового запаса и с дефицитом

Имеют место следующие равенства:
$L=L_{\text{стр}}+L_{\text{д}}$,
$L_{\text{стр}}=365\cdot sI_{\text{стр}}$ (считая, что количество дней в году – 365)
$I_{\text{стр}}=r-\bar{H}$, $\quad \bar{H}=\sum_{x} x\cdot P\{H=x\}$
$L_{\text{д}}=nd\bar{D}$, $\quad n=\frac{365}{\tau}$, $\quad \bar{D}=\sum_{x>r}(x-r)\cdot P\{H=x\}$

Обозначим через r^* – оптимальную точку размещения заказа, при которой суммарные издержки L минимальны.
Через $L(r)$ обозначим суммарные издержки при точке размещения заказа, равной r.

Для оптимальной точки размещения заказа r одновременно должны выполняться условия:
$L(r) \le L(r - \Delta r)$,
$L(r) \le L(r + \Delta r)$.

Используя записанные выше формулы, можно показать, что эти условия равносильны следующим:

$P\{H \le r - \Delta r\} \le 1 - \frac{s\tau}{d}$,

$P\{H \le r\} \ge 1 - \frac{s\tau}{d}$.

Пусть, например, $s = 0{,}5$, $\tau = 10$, $d = 28$, а распределение спроса задано в следующей таблице:

Спрос, x	30	40	50	60	70	80	90
Вероятность, $P\{H = x\}$	0,06	0,09	0,21	0,28	0,21	0,09	0,06

Тогда $1 - \frac{s\tau}{d} = 0{,}82$, и записанные выше условия примут вид:

$P\{H \le r - \Delta r\} \le 0{,}82$,

$P\{H \le r\} \ge 0{,}82$.

Добавим в таблицу строку с кумулятивными вероятностями $P\{H \le x\}$

Спрос, x	30	40	50	60	70	80	90
Вероятность, $P\{H = x\}$	0,06	0,09	0,21	0,28	0,21	0,09	0,06
Кумулятивная вероятность, $P\{H \le x\}$	0,06	0,15	0,36	0,64	0,85	0,94	1

Несложно заметить, что условия $P\{H \le r - \Delta r\} \le 0{,}82$, $P\{H \le r\} \ge 0{,}82$ выполняются при $r = 70$. Следовательно, оптимальная точка размещения заказа равна 70.
По формуле $\bar{H} = \sum_x x \cdot P\{H = x\}$ найдем средний спрос за время выполнения заказа:

$\bar{H} = 30 \cdot 0{,}06 + 40 \cdot 0{,}09 + 50 \cdot 0{,}21 + 60 \cdot 0{,}28 + 70 \cdot 0{,}21 + 80 \cdot 0{,}09 + 90 \cdot 0{,}06 = 60$.
Найдем оптимальный страховой запас: $I_{стр} = r - \bar{H} = 70 - 60 = 10$.
Средний уровень дефицита найдем по формуле: $\bar{D} = \sum_{x > r} (x - r) \cdot P\{H = x\}$

$\bar{D} = (80 - 70) \cdot 0{,}09 + (90 - 70) \cdot 0{,}06 = 2{,}1$.

Издержки содержания страхового запаса определяются формулой: $L_{стр} = 365 \cdot sI_{стр}$, а потери, связанные с дефицитом: $L_{д} = n d \bar{D}$, где $n = \frac{365}{\tau}$.

Задача 4

Используем обозначения: c – стоимость производства единицы продукции, p – цена реализации, d – сниженная цена, q_j – значение спроса ($j = \overline{1,4}$).

Обозначим через a_{ij} прибыль фирмы в случае, когда производимое количество товара равно q_i, а спрос равен q_j.

Вычислим значения a_{ij} по формуле:

$$a_{ij} = \begin{cases} (p-c)q_i, & \text{если } q_i \le q_j, \\ pq_j + d(q_i - q_j) - cq_i, & \text{если } q_i > q_j. \end{cases}$$

Пусть, например, $c = 2$, $p = 3$, $d = 1{,}8$, $q_1 = 200$, $q_2 = 250$, $q_3 = 300$, $q_4 = 350$.

Тогда платежная матрица $|a_{ij}|$ имеет вид:

$q_i \setminus q_j$	**200**	**250**	**300**	**350**
200	200	200	200	200
250	190	250	250	250
300	180	240	300	300
350	170	230	290	350

<u>Критерий Лапласа</u>

Найдем среднюю прибыль фирмы $\overline{a}_i$ при производимом количестве q_i по формуле:

$$\overline{a}_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}$$

q_i	$\overline{a}_i$
200	200
250	235
300	255
350	260

Заметим, что максимальное значение $\overline{a}_i$ достигается при $q_4 = 350$. Следовательно, оптимальной по Лапласу будет стратегия фирмы, состоящая в производстве 350 ед.товара.

<u>Критерий Вальда</u>

Найдем наименьшую прибыль фирмы при производимом количестве q_i:

q_i	$\min\limits_j a_{ij}$
200	200
250	190
300	180
350	170

Заметим, что максимальное значение $\min\limits_j a_{ij}$ достигается при $q_1 = 200$. Следовательно, оптимальной по Вальду будет стратегия фирмы, состоящая в производстве 200 ед.товара.

Критерий Сэвиджа

Найдем риски r_{ij} по формуле: $r_{ij} = \max_i a_{ij} - a_{ij}$.

$q_i \setminus q_j$	200	250	300	350
200	0	50	100	150
250	10	0	50	100
300	20	10	0	50
350	30	20	10	0

Найдем максимальные риски при производимых количествах q_i:

q_i	$\max_j r_{ij}$
200	150
250	100
300	50
350	30

Заметим, что минимальное значение $\max_j r_{ij}$ достигается при $q_4 = 350$. Следовательно, оптимальной по Сэвиджу будет стратегия фирмы, состоящая в производстве 350 ед.товара.

Критерий Гурвица

Вычислим значения $\gamma \min_j a_{ij} + (1-\gamma)\max_j a_{ij}$. Например, при $\gamma = 0,8$, эти значения равны:

q_i	$\gamma \min_j a_{ij} + (1-\gamma)\max_j a_{ij}$
200	200
250	202
300	204
350	206

Заметим, что максимальное значение $\gamma \min_j a_{ij} + (1-\gamma)\max_j a_{ij}$ достигается при $q_4 = 350$. Следовательно, оптимальной по Гурвицу (при $\gamma = 0,8$) будет стратегия фирмы, состоящая в производстве 350 ед.товара.

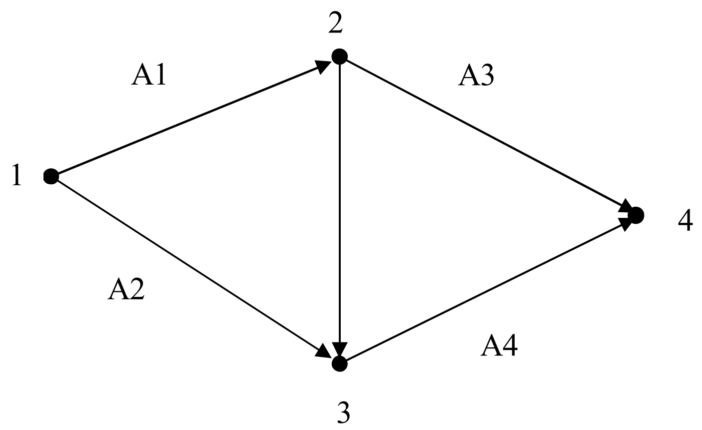
Задача 5

Дугам (стрелкам) сетевого графика соответствуют работы, а вершинам – события. Событие заключается в окончании выполнения работ, в него входящим, а также в начале выполнения работ, из него выходящих.

Пусть работы, предшествующие им работы и продолжительности их выполнения приведены в следующей таблице.

Работы	Предшествующие работы	Продолжительности (в днях)
А1	–	5
А2	–	7
А3	А1	4
А4	А1, А2	8

Построим сетевой график выполнения комплекса работ.



Событие 1 – начало выполнения комплекса работ, событие 2 – окончание выполнения работы А1 и начало выполнения работы А3, событие 3 – окончание выполнения работ А1 и А2 и начало выполнения работы А4, событие 4 – окончание выполнения всего комплекса работ.

Отметим, что каждая работа может быть определена двумя событиями: из которого она «выходит» и в которое она «входит».

В нашем случае А1 = (1, 2), А2 = (1, 3), А3 = (2, 4), А4 = (3, 4).

Кроме того, на сетевом графике имеется одна «фиктивная» работа – (2, 3), которая необходима для того, чтобы отразить необходимость окончания работы А1 для начала работы А4. Продолжительность выполнения фиктивной работы полагается равной нулю.

Для нахождения минимального времени выполнения всего комплекса работ и временных характеристик работ нужно вначале рассчитать характеристики событий.

Ранние сроки свершения событий рассчитываются по формуле:

$$t_{\text{р}}(j) = \max_i \left\{ t_{\text{р}}(i) + t(i,j) \right\},$$

где $t(i,j)$ – продолжительность работы (i,j), а максимум берется по всем событиям i, непосредственно предшествующим событию j.

При этом ранний срок свершения начального события полагается равным нулю: $t_{\text{р}}(1) = 0$.

Поздние сроки свершения событий рассчитываются по формуле:

$$t_{\text{п}}(i) = \min_j \left\{ t_{\text{п}}(j) - t(i,j) \right\},$$

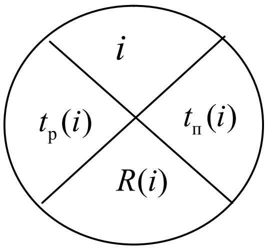
где максимум берется по всем событиям j, непосредственно следующим за событием i.

При этом поздний срок свершения завершающего события полагается равным раннему сроку свершения этого события.

Резервы времени событий рассчитываются по формуле:

$$R(i) = t_{\text{п}}(i) - t_{\text{р}}(i).$$

Описанные выше характеристики событий удобно находить на сетевом графике. Для этого необходимо события изобразить кружками, разделенными на четыре сектора. В верхнем секторе указывается номер события, в левом и правом – ранний и поздний сроки свершения этого события, в нижнем – его резерв времени:



Продолжительности выполнения работ указываются возле соответствующих дуг сетевого графика.

Расчет характеристик событий на сетевом графике начинается с внесения раннего срока $t_{р}(1)=0$ свершения начального события в левый сектор соответствующего кружка. Затем находятся ранние сроки остальных событий. При этом нужно двигаться слева направо от более ранних событий к более поздним. Поздний срок свершения завершающего события полагается равным раннему сроку свершения этого события. Для расчета поздних сроков свершения событий нужно двигаться справа налево от более поздних событий к более ранним.

После расчета ранних и поздних сроков свершения событий находятся резервы времени событий по указанной выше формуле.

Минимальное время выполнения комплекса работ равно раннему сроку свершения завершающего события.

Работы, соединяющие события с нулевым резервом времени, являются критическими (т.е. любая задержка выполнения этих работ приводит к увеличению времени выполнения всего комплекса работ).

Ранние и поздние сроки начала и окончания работ, и их полные и свободные резервы времени находят (с помощью уже найденных ранних и поздних сроков свершения событий, и заданных продолжительностей выполнения работ) по следующим формулам:

$$t_{р.н.}(i,j)=t_{р}(i),$$

$$t_{р.о.}(i,j)=t_{р}(i)+t(i,j),$$

$$t_{п.н.}(i,j)=t_{п}(j)-t(i,j),$$

$$t_{п.о.}(i,j)=t_{п}(j),$$

$$R_{п}(i,j)=t_{п}(j)-t_{р}(i)-t(i,j),$$

$$R_{с}(i,j)=t_{р}(j)-t_{р}(i)-t(i,j).$$

Критические работы – это работы, полный резерв времени которых равен нулю.

Критический путь – это путь, состоящий из критических работ, который соединяет начальное и конечное события.

Задача 6

Вначале найдем прибыль за первый год: $П_{1}=I_{0}\cdot k_{п}$. Затем найдем инвестиции за первый год: $I_{1}=П_{1}\cdot k_{p}^{1}$. Теперь можно найти свободный денежный поток за первый год: $C_{1}=П_{1}-I_{1}$.

Для того, чтобы найти прибыль во втором году, нужно сперва определить собственный капитал в начале второго года: $E_1 = I_0 + I_1$. Далее действуем таким же образом как при нахождении свободного денежного потока за первый год:

$\Pi_2 = E_1 \cdot k_{\text{п}}$, $\quad I_2 = \Pi_2 \cdot k_P^2$, $\quad C_2 = \Pi_2 - I_2$.

Найдем свободный денежный поток за третий год:

$E_2 = E_1 + I_2$, $\quad \Pi_3 = E_2 \cdot k_{\text{п}}$ д.е., $\quad I_3 = \Pi_3 \cdot k_P^3$, $\quad C_3 = \Pi_3 - I_3$.

Найдем коэффициент роста свободных денежных потоков: $g = k_{\text{п}} \cdot k_P^3$

Теперь можно найти рыночную стоимость проекта в начале третьего года:

$$V_2 = \frac{C_3}{r-g} .$$

Найдем текущую и чистую текущую стоимости проекта:

$$PV = \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \frac{V_2}{(1+r)^2} , \qquad NPV = -I_0 + PV .$$

Уравнение для внутренней доходности r проекта имеет вид:

$$-I_0 + \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \frac{C_3}{(1+r)^2(r-g)} = 0 .$$

Это уравнение решается в Экселе с помощью модуля «Подбор параметра» (который вызывается из «Сервиса» в главном меню).

Вначале нужно в какую-либо ячейку Экселя ввести формулу, соответствующую левой части записанного выше уравнения.

Затем нужно вызвать «Подбор параметра». В окне «Подбора параметра» в поле «Установить в ячейке» нужно ввести адрес ячейки, содержащей формулу (соответствующую левой части записанного уравнения). В поле «Значение» следует ввести 0, а в поле «Изменяя значение ячейки» – адрес ячейки, содержащей значение r. После нажатия клавиши «ОК» исходное значение r замениться на искомое.

Задача 7

Пусть N – число наблюдений, Y_i – цена коттеджа для наблюдения i, X_{i1}, X_{i2}, X_{i3} – площадь, вместимость гаража и количество комнат для наблюдения i.

Прогнозные значения $\hat{Y}_i$ (при $i = \overline{1,N}$) находятся по формуле: $\hat{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3}$, где β_0, β_1, β_2 и β_3 – параметры.

В качестве оценки точности прогноза используется сумма квадратов отклонений прогнозных значений от реальных: $СКО = \sum_{i=1}^{N} \left(\hat{Y}_i - Y_i\right)^2$.

Для нахождения значений параметров β_0, β_1, β_2 и β_3 минимизируется

$$СКО = \sum_{i=1}^{N} \left(\hat{Y}_i - Y_i\right)^2 .$$

Оценка $\hat{Y}$ рыночной стоимости коттеджа при известных значениях показателей X_1, X_2 и X_3 производится по формуле: $\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$.

При выполнении задачи в Excel следует использовать модуль «Регрессия» в «Анализе данных». «Анализ данных» находится в меню «Сервис». В случае отсутствия «Анализа данных» в «Сервисе», нужно войти в «Надстройки» и поставить флажок напротив «Пакета анализа».

Значения оценок коэффициентов регрессии, t-статистик, F-статистики, соответствующие вероятности (уровни значимости) и значение скорректированного (нормированного) коэффициента детерминации R^2 находятся на листе, создаваемом в результате выполнения модуля «Регрессия».

Задача 8

Пусть N – число наблюдений, Y_t – реальные значения спроса.
Согласно методу скользящих средних прогнозные значения спроса $\hat{Y}_t$ (при $t = \overline{k+1, N}$) вычисляются по формуле: $\hat{Y}_t = \sum_{i=1}^{k} w_i Y_{t-i}$, где w_i – весовые коэффициенты, k – их количество.

В качестве оценки точности прогноза будем использовать среднеквадратичное отклонение прогнозных значений от реальных: $СРКО = \frac{1}{N-k} \sum_{t=k+1}^{N} \left(\hat{Y}_t - Y_t\right)^2$.

Таким образом, для нахождения весовых коэффициентов w_i решается следующая задача:

$$\frac{1}{N-k} \sum_{t=k+1}^{N} \left(\hat{Y}_t - Y_t\right)^2 \to \min,$$

$$\sum_{i=1}^{k} w_i = 1,$$

$$w_i \ge 0, \quad i = \overline{1,k}.$$

(При этом $\hat{Y}_t = \sum_{i=1}^{k} w_i Y_{t-i}$.)

Указанную выше оптимизационную задачу удобно решать в Excel с помощью модуля «Поиск решения». «Поиск решения» находится в меню «Сервис». В случае отсутствия «Поиска решения» в «Сервисе», нужно войти в «Надстройки» и поставить флажок напротив «Поиска решения».

Пусть, например, при $k=1$ $\text{СРКО} = 14{,}217$ (при этом $w_1 = 1$); при $k=2$ минимальное значение СРКО равно 6,287 (при этом $w_1 = 0{,}29$, $w_2 = 0{,}71$); при $k=3$ минимальное значение $\text{СРКО} = 5{,}923$ (при этом $w_1 = 0{,}29$, $w_2 = 0{,}63$, $w_3 = 0{,}08$) ; при $k=4$ минимальное значение $\text{СРКО} = 6{,}198$ (при этом $w_1 = 0{,}27$, $w_2 = 0{,}65$, $w_3 = 0{,}08$, $w_4 = 0$).

Заметим, что минимальное значение показателя СРКО равно 5,923 при $k=3$. Следовательно, оптимальное количество весовых коэффициентов равно 3, и при этом $w_1 = 0{,}29$, $w_2 = 0{,}63$, $w_3 = 0{,}08$.

Для первых трех месяцев следующего года прогнозные значения спроса находятся следующим образом:

$$\hat{Y}_{N+1} = w_1 Y_N + w_2 Y_{N-1} + w_3 Y_{N-2},$$

$$\hat{Y}_{N+2} = w_1 \hat{Y}_{N+1} + w_2 Y_N + w_3 Y_{N-1},$$

$$\hat{Y}_{N+3} = w_1 \hat{Y}_{N+2} + w_2 \hat{Y}_{N+1} + w_3 Y_N.$$

Задача 9
Пусть N – число наблюдений, Y_t – реальные значения спроса.
Экспоненциальное сглаживание
Прогнозные значения спроса $\hat{Y}_{t+1}$ (при $t=\overline{1,N}$) вычисляются по формуле: $\hat{Y}_{t+1}=\hat{Y}_t+\alpha\left(Y_t-\hat{Y}_t\right)$, где $0\le\alpha\le1$. Прогнозное значение $\hat{Y}_1$ полагается равным реальному значению Y_1.

В качестве оценки точности прогноза используется сумма квадратов отклонений прогнозных значений от реальных: $\text{СКО}=\sum_{t=1}^{N}\left(\hat{Y}_t-Y_t\right)^2$.

Для нахождения оптимального значения параметра α решается следующая задача:
$$\sum_{t=1}^{N}\left(\hat{Y}_t-Y_t\right)^2\to\min,$$
$$0\le\alpha\le1.$$
(При этом $\hat{Y}_t=\hat{Y}_{t-1}+\alpha\left(Y_{t-1}-\hat{Y}_{t-1}\right)$, $\hat{Y}_1=Y_1$.)

Данную оптимизационную задачу удобно решать в Excel с помощью модуля «Поиск решения». «Поиск решения» находится в меню «Сервис». В случае отсутствия «Поиска решения» в «Сервисе», нужно войти в «Надстройки» и поставить флажок напротив «Поиска решения».

Поквартальный прогноз спроса для следующего года находится следующим образом:
$$\hat{Y}_{N+1}=\hat{Y}_N+\alpha\left(Y_N-\hat{Y}_N\right),$$
$$\hat{Y}_{N+4}=\hat{Y}_{N+3}=\hat{Y}_{N+2}=\hat{Y}_{N+1}.$$

Метод Холта
Прогнозные значения спроса $\hat{Y}_{t+1}$ вычисляются по формуле: $\hat{Y}_{t+1}=E_t+T_t$ (при $t=\overline{1,N}$), где значения E_t и T_t вычисляются следующим образом:
$E_t=\alpha Y_t+(1-\alpha)(E_{t-1}+T_{t-1})$, $T_t=\beta(E_t-E_{t-1})+(1-\beta)T_{t-1}$, $t=\overline{2,N}$, где $0\le\alpha\le1$, $0\le\beta\le1$.
При $t=1$ значения E_t и T_t полагаются равными: $E_1=Y_1$ и $T_1=0$.
Для нахождения оптимальных значений параметров α и β решается следующая задача:
$$\sum_{t=2}^{N}\left(\hat{Y}_t-Y_t\right)^2\to\min,$$
$$0\le\alpha\le1,\quad 0\le\beta\le1.$$
Поквартальный прогноз спроса для следующего года находится следующим образом: $\hat{Y}_{N+k}=E_N+kT_N$, $k=\overline{1,4}$.

Метод Винтера
Пусть p – количество сезонов в году. Прогнозные значения спроса $\hat{Y}_{t+1}$ (при $t=\overline{p,N}$) вычисляются по формуле: $\hat{Y}_{t+1}=\left(E_t+T_t\right)S_{t+1-p}$, где значения E_t, T_t и S_t вычисляются следующим образом:
$E_t=\alpha Y_t/S_{t-p}+(1-\alpha)(E_{t-1}+T_{t-1})$, $T_t=\beta(E_t-E_{t-1})+(1-\beta)T_{t-1}$, $S_t=\gamma Y_t/E_t+(1-\gamma)S_{t-p}$, $t=\overline{p+1,N}$, где $0\le\alpha\le1$, $0\le\beta\le1$, $0\le\gamma\le1$.

При $t=\overline{1,p}$ значения S_t полагаются равными: $S_t = Y_t \Big/ \left(\dfrac{1}{p} \sum_{k=1}^{p} Y_k \right)$; при $t = p$ значения E_t и T_t полагаются равными: $E_p = Y_p / S_p$ и $T_P = 0$.

Для нахождения оптимальных значений параметров α, β и γ решается следующая задача:

$$\sum_{t=p+1}^{N} \left(\hat{Y}_t - Y_t \right)^2 \to \min ,$$

$$0 \le \alpha \le 1, \quad 0 \le \beta \le 1, \quad 0 \le \gamma \le 1 .$$

Поквартальный прогноз спроса для следующего года находится следующим образом: $\hat{Y}_{N+k} = \left(E_N + kT_N \right) S_{N+k-p}$, $k = \overline{1,4}$.