



## АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПРОГНОЗЫ И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

**С.В. ГРУДЬКО**

---

### ФАКТОРНАЯ МОДЕЛЬ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ТРУДА: РАЗРАБОТКА И ПОСТРОЕНИЕ

---

Основным показателем эффективности формирования и использования трудового потенциала сельскохозяйственных организаций выступает производительность труда. На рост или сокращение этого показателя оказывают влияние следующие факторы: материально-технические, социально-экономические, организационные. Все они взаимосвязаны, взаимозависимы и должны изучаться комплексно [1, 23–28; 2, 163–177]. Поэтому целью исследования является разработка и построение факторной модели производительности труда на примере сельскохозяйственных организаций Гродненской области, которая позволит:

во-первых, одновременно учесть влияние факторов производительности труда, относящихся к различным группам, для чего необходимо включить в модель наиболее значимые из них;

во-вторых, определить уровень производительности труда в каждой организации. На наш взгляд, следует выделить три уровня производительности труда: низкий, средний, высокий. Для каждого уровня разрабатывается своя факторная модель.

При построении факторной модели производительности труда выделяют следующие этапы:

- 1) отбор показателей;
- 2) анализ функциональных зависимостей между показателями;
- 3) поиск набора показателей для включения в модель;
- 4) определение обучающих выборок, т. е. совокупность организаций, данные которых будут использованы при построении модели;
- 5) классификация организаций по уровню производительности труда;
- 6) определение правила идентификации объектов по уровню производительности труда [2, 167].

Так, к системе факторов, оказывающих влияние на уровень годовой выработки (ГВ), следует отнести: фондовооруженность (ФВ), энерговооруженность (ЭВ), нагрузку площади сельскохозяйственных угодий на одного работника, занятого в сельскохозяйственном производстве ( $S_{1\text{раб}}$ ), доля пашни в площади сельскохозяйственных угодий ( $d_{\text{п}}$ ), машиноотдача (МО), оплата труда одного человекочаса ( $OT_{1\text{человекочаса}}$ ), зарплатоотдача (ЗОТ), фондоот-

---

*Светлана Владимировна ГРУДЬКО, аспирантка кафедры экономики и управления предприятиями АПК Белорусского государственного экономического университета.*

дача (ФО), доля рабочих в общей численности работников организации ( $d_p$ ), доля затрат на труд в себестоимости продукции ( $d_{зт}$ ), балл сельскохозяйственных угодий ( $B_{с.-х.}$ ), коэффициент обеспеченности оборотными средствами ( $K_{обесп}$ ), фондообеспеченность ( $\Phi_{обесп}$ ).

На втором этапе при помощи парных коэффициентов корреляции производится анализ функциональных зависимостей между показателями [3; 4]. Поскольку количество факторов, включаемых в модель, достаточно велико, то с целью установления отсутствия мультиколлинеарности между ними строится матрица парных коэффициентов корреляции (см. ниже).

#### Матрица парных коэффициентов корреляции для среднегодовой выработки одного работника сельскохозяйственных организаций Гродненской области

	ГВ	ФВ	ЭВ	$S_{1раб}$	$d_{п}$	МО	ОТ <sub>1челове- кочаса</sub>	ЗОТ	$d_p$	ФО	$d_{зт}$	$B_{с.-х.}$	$K_{обесп}$	$\Phi_{обесп}$
ГВ	1,00													
ФВ	0,57	1,00												
ЭВ	0,40	0,36	1,00											
$S_{1раб}$	-0,31	0,03	0,21	1,00										
$d_{п}$	0,37	0,04	0,20	-0,30	1,00									
МО	0,33	-0,24	-0,11	-0,39	0,10	1,00								
ОТ <sub>1челове- кочаса</sub>	0,62	0,26	0,16	-0,34	0,24	0,21	1,00							
ЗОТ	0,70	0,38	0,22	-0,03	0,27	0,39	0,12	1,00						
$d_p$	-0,22	-0,14	-0,43	-0,03	-0,19	0,00	-0,17	-0,01	1,00					
ФО	0,43	-0,44	0,06	-0,35	0,35	0,62	0,37	0,37	-0,11	1,00				
$d_{зт}$	-0,57	-0,47	-0,32	-0,07	-0,17	-0,15	-0,20	-0,69	0,12	-0,10	1,00			
$B_{с.-х.}$	0,57	0,26	0,14	-0,45	0,56	0,17	0,39	0,35	-0,07	0,31	-0,34	1,00		
$K_{обесп}$	0,64	0,15	0,26	-0,45	0,21	0,42	0,41	0,40	-0,22	0,42	-0,34	0,46	1,00	
$\Phi_{обесп}$	0,70	0,76	0,19	-0,55	0,22	0,05	0,50	0,28	-0,13	-0,09	-0,31	0,51	0,44	1,00

*Примечание:* наши расчеты по данным сельскохозяйственных организаций Гродненской области.

Так как исходная информационная база включает в себя данные годовой отчетности сельскохозяйственных организаций Гродненской области за период 2009–2011 гг., то при определении парных коэффициентов корреляции целесообразно проводить расчет по усредненным значениям этих показателей за указанный временной интервал. Итак, в анализе приняло участие 133 объекта. Расчеты производились с использованием пакета прикладных программ «Statistica». Совокупность является однородной, так как коэффициент вариации находится в интервале от 0 до 30 % (фактическое значение коэффициента составило 20,63 %).

Факторы считаются мультиколлинеарными, если

$$|r_{x_i x_j}| \geq 0,8,$$

где  $r_{x_i x_j}$  — парный коэффициент корреляции.

В нашем случае мультиколлинеарности между факторами не установлено.

На третьем этапе необходимо произвести отбор показателей для включения их в модель. Для обоснования включения факторов в модель оценивается первая строка матрицы, отражающая связь факторов с результатом.

В модель включаются факторы, оказывающие наибольшее влияние на результат. При этом из модели следует исключить факторы, если

$$|r_{x_i x_j}| \leq 0,15.$$

Анализируя парные коэффициенты корреляции между факторными показателями и результативным, установлено, что все парные коэффициенты корреляции, отражающие тесную связь между факторами и результатом, больше 0,15, что подтверждает значимость включаемых в модель факторов. При этом наибольшее влияние на годовую выработку оказывает фондообеспеченность и зарплатоотдача ( $r = 0,7$ ). Средняя связь ближе к тесной наблюдается между годовой выработкой и фондовооруженностью, оплатой одного человеко-часа, долей затрат на труд в себестоимости продукции, баллом сельскохозяйственных угодий, коэффициентом обеспеченности оборотными средствами, фондоотдачей.

Тесноту связи между всеми указанными факторами и годовой выработкой одного работника сельскохозяйственного производства оценивают при помощи множественного коэффициента корреляции ( $R$ ) и множественного коэффициента детерминации ( $R^2$ ) [3; 4].

Так, с учетом всех четырнадцати факторов множественный коэффициент корреляции для среднегодовой выработки равен 0,98, а коэффициент детерминации — 0,96, что свидетельствует о тесной связи выбранных факторов и годовой выработки. Поскольку множественный коэффициент регрессии максимально приближен к единице, то влияние неучтенных факторов достаточно низкое.

Дальнейший отсев факторов будем производить, используя метод пошаговой регрессии. Суть метода заключается в последовательном включении факторов в уравнение регрессии и после проверяется их значимость. Факторы поочередно вводятся в уравнение так называемым прямым методом. При проверке значимости введенного фактора определяется, насколько уменьшается сумма квадратов остатков и увеличивается величина множественного коэффициента корреляции (табл. 1).

**Таблица 1. Результаты пошаговой регрессии**

Фактор	Толерантность	Множественный $R$	Множественный $R^2$	Бетта-коэффициент
$OT_{1\text{человеко-часа}}$	0,130791	0,815802	0,665534	0,601771
ЗОТ	0,196292	0,984434	0,96911	0,476711
$\Phi_{\text{обесп}}$	0,066786	0,98601	0,972215	0,223714
$d_{\text{зт}}$	0,503692	0,987086	0,974338	-0,070141
ФО	0,098833	0,988331	0,976797	0,063189
$S_{1\text{раб}}$	0,178876	0,989004	0,978128	0,077899

*Примечание:* наши расчеты по данным сельскохозяйственных организаций Гродненской области.

Так, при включении в модель годовой производительности труда таких факторов, как оплата одного человеко-часа, зарплатоотдача, фондообеспеченность, доли затрат на труд в себестоимости продукции, фондоотдачи и нагрузки площади сельскохозяйственных угодий на одного работника, занятого в сельскохозяйственном производстве, множественный коэффициент корреляции увеличивается, что свидетельствует о необходимости включения данных факторов в модель.

Кроме того, определено значение толерантности, которое дает информацию об избыточности данной переменной. Чем ближе значение переменной к нулю, тем желательнее ее включение в модель. Отсюда, такой фактор, как доля затрат на труд в себестоимости продукции, целесообразно исключить из модели (значение толерантности составило 0,5037).

Расчетное значение критерия достоверности результатов многофакторного корреляционно-регрессионного анализа ( $F$ ) выше его табличного значения. Поэтому можно утверждать, что сформирована система показателей, на основании которых будет построена модель оценки уровня производительности труда.

На четвертом этапе определяется совокупность организаций, данные которых будут использоваться для построения модели.

Так, нам необходимо сформировать 3 выборочных совокупности сельскохозяйственных организаций для годовой производительности труда одного работника: с высоким уровнем производительности труда (высокий), со средним уровнем производительности труда (средний), с низким уровнем производительности труда (низкий). В качестве информационной базы использованы данные годовой отчетности сельскохозяйственных организаций за 2011 г. Статистическую базу исследования составили 135 сельскохозяйственных организаций Гродненской области.

Для реализации данной задачи необходимо классифицировать сельскохозяйственные организации по уровню их производительности труда. При этом в качестве классификационных признаков выступят отобранные ранее показатели, которые будем называть «базовыми».

При кластеризации сельскохозяйственных организаций Гродненской области по уровню производительности труда воспользуемся одним из итеративных методов кластерного анализа — методом  $k$ -средних [5–9]. Всю совокупность разделим на 3 кластера по уровню производительности труда (высокий, средний, низкий). Для каждого кластера выбирается его центр по формуле

$$X_l = (X_{1l}, X_{2l}, \dots, X_{pl}),$$

где  $X_l$  — вектор измерения;  $p$  — количество измерений.

Все объекты совокупности распределяются по кластерам и проводится вычисление расстояния между объектами в многомерном пространстве путем определения евклидовых расстояний ( $d_{il}$ ):

$$d_{il} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_{ij} - x_{lj})^2},$$

где  $i$  и  $l$  — точки в  $n$ -мерном пространстве;  $j$  — порядковый номер признака;  $x_{ij}$  и  $x_{lj}$  — координаты точек  $i$  и  $l$  по признаку  $j$ .

Если после распределения всех объектов по кластерам они не изменяют своей кластерной принадлежности, то следует проводить анализ полученных результатов. В противном случае процедура кластеризации повторяется.

В результате кластеризации сельскохозяйственных организаций Гродненской области по уровню производительности труда (годовой выработке одного работника и часовой выработке) получены 12 кластеров за 3 года (табл. 2).

**Таблица 2. Кластеризация сельскохозяйственных организаций Гродненской области по уровню годовой выработки одного работника в 2011 г.**

Показатель	Высокий	Средний	Низкий
Количество организаций в кластере	29	60	64
Площадь сельскохозяйственных угодий на одного работника, занятого в сельскохозяйственном производстве	17,79633	22,5867	30,5334
Зарплатоотдача	4,22701	3,74499	4,003
Фондоотдача	0,21139	0,22018	0,18302
Фондообеспеченность	19,34999	10,46048	10,14757
Оплата одного человекочаса	0,00807	0,00661	0,00653

*Примечание:* наши расчеты по данным сельскохозяйственных организаций Гродненской области.

На основании кластерного анализа организации распределены на 3 группы по уровню годовой производительности труда. При этом минимальное количество организаций находится в группе с высоким уровнем производительности труда (29 организаций). Группа с низким уровнем представлена 64 организациями. Установлено, что наибольшее влияние на классификацию оказали такие факторы, как площадь сельскохозяйственных угодий на одного работника, занятого в сельскохозяйственном производстве и фондообеспеченность, так как наиболее значимые различия между кластерами произошли по этому показателю, что подтверждается показателями дисперсии.

На последнем этапе определяются правила идентификации объектов по уровню производительности труда, т. е. производится построение дискриминантной модели и ее проверка. В дискриминантном анализе формируется правило, по которому объекты подмножества, подлежащие классификации, относятся к данному из уже существующих подмножеств на основе сравнения величины дискриминантной функции классифицируемого объекта, рассчитанной по дискриминантным переменным, с некоторой константой дискриминации. Дискриминантную функцию ( $F_i$ ) можно представить в виде следующего уравнения:

$$F_i = a_0 + a_1x_{i,1} + a_2x_{i,2} + \dots + a_px_{i,p},$$

где  $a_0$  — свободный член дискриминантной функции;  $i$  — номер кластера;  $a_p$  — коэффициенты дискриминантной функции.

Вначале осуществим проверку гипотезы о нормальном законе распределения вектора регрессионных остатков с помощью критерия согласия Пирсона.

Проверка нулевой гипотезы по критерию Пирсона не выявила расхождения с нормальным законом распределения по сравнению с заданным уровнем значимости. Следовательно, вектор регрессионных остатков имеет нормальный закон распределения.

Далее, на основании кластерного анализа сельскохозяйственных организаций Гродненской области проведем дискриминантный анализ годовой выработки. В результате, получена модель, состоящая из трех факторов: площадь сельскохозяйственных угодий на одного работника, занятого в сельскохозяйственном производстве; фондообеспеченность; фондоотдача.

Частичная статистика Уилкса лямбда показывает, что переменная площадь сельскохозяйственных угодий на одного работника, занятого в сельскохозяйственном производстве, дает вклад больше всех, переменная фондообеспеченность — вторая по значению вклада, а переменная фондоотдача вносит минимальный вклад в общую дискриминацию (табл. 3).

**Таблица 3. Итоги анализа дискриминантных функций**

Показатель	Уилкса лямбда	Частная лямбда	Толерантность
Площадь сельскохозяйственных угодий на одного работника, занятого в сельскохозяйственном производстве	0,457354	0,452949	0,767885
Фондообеспеченность	0,28732	0,721001	0,836848
Фондоотдача	0,211716	0,978471	0,737556

*Примечание:* наши расчеты по данным сельскохозяйственных организаций Гродненской области.

Для получения результатов о природе дискриминации проведем канонический анализ. Вычислим две независимые дискриминирующие функции (табл. 4).

Таблица 4. Стандартизированные коэффициенты для канонических переменных

Показатель	Корень 1	Корень 2
Площадь сельскохозяйственных угодий на одного работника, занятого в сельскохозяйственном производстве	0,930124	0,586329
Фондообеспеченность	-0,311494	0,995177
Фондоотдача	0,179538	0,150805
Собственное значение	2,541627	0,363000
Кумулятивная доля	0,875027	1,000000

*Примечание:* наши расчеты по данным сельскохозяйственных организаций Гродненской области.

Так, первая дискриминантная функция взвешивается наиболее тяжело площадью сельскохозяйственных угодий на одного работника, занятого в сельскохозяйственном производстве (значение составляет 0,930124). Другие две функции также имеют вклад в эту функцию. Вторая функция отмечена, главным образом, фондообеспеченностью. Кроме того, 87,5 % всей дискриминирующей мощности объясняется первой функцией.

После этого получаем дискриминантные функции для каждого уровня годовой производительности труда (см. ниже).

#### Дискриминантные функции для идентификации уровня годовой производительности труда сельскохозяйственных организаций Гродненской области

Уровень	Функция
Высокий	$F = -77,3751 + 3,8667 S_{1\text{раб}} + 2,1518 \Phi_{\text{обесп}} + 199,3055 \Phi_0$
Средний	$F = -81,03 + 4,3131 S_{1\text{раб}} + 1,7562 \Phi_{\text{обесп}} + 203,3573 \Phi_0$
Низкий	$F = -11,781 + 5,293 S_{1\text{раб}} + 21,9 \Phi_{\text{обесп}} + 214,819 \Phi_0$

*Примечание:* наши расчеты по данным сельскохозяйственных организаций Гродненской области.

На основании полученных функций проведена повторная классификация сельскохозяйственных организаций Гродненской области по уровню их производительности труда и установлен процент корректности выборок (табл. 5).

Таблица 5. Процент корректности распределения сельскохозяйственных организаций по кластерам, 2011 г.

Уровень	Процент корректности	Высокий	Средний	Низкий
Высокий	95,56	43	2	0
Средний	100,00	0	63	1
Низкий	80,00	0	5	64
И т о г о	94,74	43	70	65

*Примечание:* наши расчеты по данным сельскохозяйственных организаций Гродненской области.

На основании данных табл. 5 можно утверждать, что сельскохозяйственные организации Гродненской области более чем на 95 % правильно распределены в группы по уровню годовой производительности труда.

На основании полученных моделей определения уровня производительности труда для сельскохозяйственных организаций можно проводить повтор-



ную классификацию организаций, которые не попали в выборку. При этом организация будет относиться по уровню производительности труда к группе с максимальным результативным значением функции.

Таким образом, в результате исследования построены дискриминантные функции для определения уровня производительности труда: низкого, среднего, высокого. Установлено, что в качестве основных факторов, оказывающих влияние на уровень годовой производительности труда, выступают: площадь сельскохозяйственных угодий на одного работника, занятого в сельскохозяйственном производстве, фондообеспеченность и фондоотдача. Главным фактором, оказывающим влияние на уровень годовой производительности труда, выступает: площадь сельскохозяйственных угодий на одного работника, занятого в сельскохозяйственном производстве. Так, значение данного показателя в группе предприятий с высоким уровнем зарплатоотдачи на 40 % выше, чем в группе с низкими уровнями.

В результате дискриминантного анализа установлено, что высокий уровень производительности труда на протяжении исследуемого периода отмечается в хозяйствах Гродненского района: СПК «Октябрь-Гродно», СПК «Прогресс-Вертелишки».

Применение указанных дискриминантных функций оценки уровня производительности труда позволит сельскохозяйственным организациям не только определять уровень годовой выработки, но и разрабатывать мероприятия по его повышению или стабилизации.

### Литература

1. Овечкина, О.М. Проблемы развития трудового потенциала / О.М. Овечкина // Веснік Беларус. дзярж. экан. ун-та. — 2005. — № 2.
2. Щербатюк, С.Ю. Совершенствование методики построения идентификационных моделей для оценки финансовой устойчивости сельскохозяйственных предприятий / С.Ю. Щербатюк // Сельское хозяйство — проблемы и перспективы: сб. науч. тр.: в 3 т. / Гродн. гос. аграр. ун-т; под науч. ред. В.К. Пестиса. — Гродно, 2011. — Т. 2: Экономика.
3. Общая теория статистики: учеб. / М.Р. Ефимова, Е.В. Петрова, В.Н. Румянцев; под общ. ред. М.Р. Ефимовой. — М.: ИНФРА-М, 1998.
4. Сизова, Т.М. Статистика: учеб. пособие / Т.М. Сизова. — СПб: СПб ГУИТМО, 2005.
5. Бережная, Е.В. Математические методы моделирования экономических систем: учеб. пособие / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. — 2-е изд. перераб. и доп. — М.: Финансы и статистика, 2006.
6. Боровиков, В. Statistica. Искусство анализа данных на компьютере: Для профессионалов / В. Боровиков. — 2-е изд. — СПб.: Питер, 2003.
7. Бурева, Н.Н. Многомерный статистический анализ с использованием ППП «STATISTICA»: учеб.-метод. пособие / Н.Н. Бурева. — Н. Новгород, 2007.
8. Калинина, В.Н. Введение в многомерный статистический анализ: учеб. пособие / В.Н. Калинина, В.И. Соловьев. — М.: ГУУ, 2003.
9. Кундышева, Е.С. Экономико-математическое моделирование / Е.С. Кундышева. — М.: Дашков и К<sup>о</sup>, 2008.

*Статья поступила  
в редакцию 29.11. 2013 г.*

□□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□ □□□□□□□□.  
□□□□□□□□.  
□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□  
□□□□□□□□□□. □□□□□□□□□□.