

Учреждение образования “Белорусский государственный экономический университет”

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования  
“Белорусский государственный  
экономический университет”

 В.Ю. Шутилин

“ 28 06 2019 г.

Регистрационный № УД 4081-19 /уч.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности  
1-31 03 06 «Экономическая кибернетика (по направлениям)»

### **СОСТАВИТЕЛИ:**

Шинкевич Е.А., доцент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

Бородина Т.А., ассистент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет».

### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кашникова И.В., доцент кафедры менеджмента учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент.

Конюх А.В., доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»  
(протокол № 10 от 03.06.2019);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»  
(протокол № 6 от 25.06.2019).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Численные методы» посвящена изложению основ теории вычислительных алгоритмов математики и аспектов их практического использования.

Цель учебной дисциплины состоит в обучении студентов теоретическим основам методов решения задач линейной алгебры и анализа и включает нескольких этапов: ознакомление студентов с основными математическими моделями линейной алгебры и анализа, возникающими при решении прикладных задач экономики; теоретическое исследование численных методов и алгоритмов решения рассматриваемых задач; закрепление материала путем решения типовых задач и упражнений; практическая реализация алгоритмов с привлечением современной вычислительной техники.

Задачи дисциплины – формирование у студентов твердых навыков в выборе алгоритма для решения конкретной задачи (ориентируясь на теоретические характеристики данного алгоритма) и приобретение практического опыта при решении типовых задач.

Структура учебной программы и методика преподавания учебной дисциплины учитывают новые результаты экономических исследований и последние достижения в области педагогики и информационных технологий, ориентируя обучающихся на приобретение соответствующих профессиональных компетенций:

- ПК-1. Работать с научно-технической, нормативно-справочной и специальной литературой.

- ПК-2. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области экономической кибернетики.

- ПК-3. Быстро адаптироваться к новым теоретическим и научным достижениям в области экономической кибернетики.

- ПК-4. Профессионально ставить задачи, вырабатывать и принимать решения.

- ПК-17. Владеть современными информационными технологиями и средствами телекоммуникаций.

ПК-19. Владеть современными методами экономического анализа и математического моделирования экономических систем и процессов;

ПК-27. Работать с научной, технической и патентной литературой.

В результате изучения учебной дисциплины выпускник должен

**знать:**

– основные методы решения систем линейных алгебраических уравнений и нахождения собственных значений и собственных векторов;

– методы исследования свойств приближенных алгоритмов линейной алгебры;

-методы решения нелинейных уравнений и систем таких уравнений;

-основные понятия и методы решения задач теории приближения;

-методы теории квадратур;

-классические методы решения основных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений;

**уметь:**

– решать с применением компьютеров основные задачи линейной алгебры, возникающие в различных областях естествознания;

-решать нелинейные уравнения и системы;

-строить приближения функции;

-решать основные задачи для дифференциальных уравнений;

-адаптировать известные алгоритмы к решению конкретных экономических задач на компьютере.

В соответствии с типовыми учебными планами по специальностям 1-31 03 06 «Экономическая кибернетика (по направлениям)», направление специальности 1-31 03 06-02 «Экономическая кибернетика (информационные технологии в экономике)», учебная программа предусматривает для изучения учебной дисциплины 256 учебных часов, в том числе 102 аудиторных часов: лекции – 50 часов, практических занятий – 22 часа, лабораторные занятия – 30 часов.

Формы текущей аттестации – зачёт, экзамены, курсовая работа.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

## **Введение**

Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Численные методы, как раздел современной математики.

## **Раздел I. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений**

### **1.1. Погрешности приближенных вычислений**

Учет погрешностей приближенных вычислений. Классификация погрешностей. Общая формула для оценки главной части погрешности. Статистический и технический подходы к учету погрешности. Понятие о погрешности в машинной арифметике.

### **1.2. Общая характеристика проблем решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)**

Решение задач на собственные значения, понятия корректности и устойчивости СЛАУ. Устойчивость решения СЛАУ по правой части и коэффициентная устойчивость. Число обусловленности матрицы и его свойства. Хорошо обусловленные и плохо обусловленные СЛАУ. Геометрическая интерпретация понятия обусловленности. Метод регуляризации.

### **1.3. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений**

Общая характеристика прямых методов решения СЛАУ. Методы Гаусса с выбором главного элемента. Вычисление определителей и обращение матриц с помощью метода Гаусса. Теорема об LU-разложении. Метод квадратного корня. Метод Жордана обращения матриц. Диагонально доминирующие матрицы. Ортогональные преобразования. Методы отражений, вращений и ортогонализации. Метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Связь метода прогонки с методом Гаусса.

### **1.4. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений**

Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ. Простейшая схема итерационных методов. Метод простой итерации. Теоремы сходимости. Элементы теории двухслойных итерационных методов. Основная теорема сходимости. Методы Якоби, Гаусса-Зейделя и релаксации. Оптимизация сходимости итерационных процессов. Итерационные методы вариационного типа и теоремы их сходимости.

### **1.5. Методы решения задач на собственные значения**

Частичная проблема собственных значений. Степенной метод вычисления наибольшего по модулю собственного значения и его модификации. Метод обратных итераций.

### **1.6. Полная проблема собственных значений**

Общая постановка задачи на собственные значения. Устойчивость задачи на собственные значения. Прямые методы отражений и вращений. Итерационный метод вращений. LU- и QR-алгоритмы.

## **Раздел II. Методы решения нелинейных уравнений**

### **2.1. Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем**

Метод итераций решения нелинейных уравнений и систем. Теорема сходимости. Аналог метода Зейделя. Метод Ньютона для одного уравнения. Видоизменения метода Ньютона. Метод Ньютона для систем нелинейных уравнений.

### **2.2. Вариационный подход к решению нелинейных систем**

Сведение решения системы нелинейных уравнений к решению вариационных задач. Метод покоординатного спуска. Метод градиентного спуска.

## **Раздел III. Приближение функций**

### **3.1. Интерполяция**

Постановка задачи интерполирования и ее разрешимость. Алгебраическое интерполирование. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаток интерполирования в форме Лагранжа. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки. Конечные разности и их свойства. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки. Интерполяционная формула Стирлинга. Многочлены Чебышева. Минимизация остатка интерполирования. Интерполирование с кратными узлами.

### **3.2. Сплайн-приближение**

Понятие сплайн-функции. Сплайн-интерполирование. Построение кубического сплайна. Вариационная и физическая интерпретация кубического сплайна.

### **3.3. Наилучшие приближения**

Задача о наилучшем приближении в линейных нормированных пространствах. Метод наименьших квадратов. Среднеквадратичные приближения. Применение интерполирования к вычислению производных. Погрешность формул приближенного дифференцирования.

## **Раздел IV. Численное интегрирование и методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений**

### **4.1. Интерполяционные квадратурные формулы**

Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы. Простейшие квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценки точности квадратурных формул. Правило Рунге и автоматический выбор шага интегрирования.

### **4.2. Методы решения дифференциальных уравнений**

Методы решения задачи Коши. Построение одношаговых методов способом разложения решения в ряд Тейлора. Одношаговые методы типа Рунге-Кутты. Построение вычислительных правил на основе принципа последова-

тельного повышения порядка точности. Главный член погрешности. Правило Рунге. Многошаговые методы. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса. Метод Гира. Понятие о методах решения краевых задач.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»  
ДЛЯ ДНЕВНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Иное	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСП				
						Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0.	Введение.	2								тест
1.	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений									
1.1	Погрешности приближенных вычислений	2	2		2					опрос, отчет
1.2	Общая характеристика проблем решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	4	2							отчет
1.3	Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений	6	2		4					опрос, отчет,
1.4	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	6	2		4					контрольная работа
1.5	Методы решения задач на собственные значения	2	2		2					опрос, отчет
1.6	Полная проблема собственных значений	2	2		2					тест
2.	Методы решения нелинейных уравнений				2					



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2.1	Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем	4	2		2					тест
2.2	Вариационный подход к решению нелинейных систем	2	2							опрос, отчет
3.	Приближение функций									
3.1	Интерполирование	2	2		2					письменная самостоятельная работа, отчет
3.2	Сплайн-приближение	2	1		2					опрос, отчет,
3.3	Наилучшие приближения	2	1		2					опрос, отчет
4.	Численное интегрирование и методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений	4			2					опрос, отчет
4.1	Интерполяционные квадратурные формулы	2	1		2					тест
4.2	Методы решения дифференциальных уравнений	8	1		2					опрос, отчет
	<b>Всего часов</b>	50	22		30					<b>Экзамен</b>

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### *Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Численные методы»*

В овладении знаниями учебной дисциплины важным этапом является самостоятельная работа студентов. Рекомендуется бюджет времени для самостоятельной работы в среднем 2-2,5 часа на 2-х часовое аудиторное занятие. Основными направлениями самостоятельной работы студента являются:

- первоначально подробное ознакомление с программой учебной дисциплины;

- ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличие ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;

- изучение и расширение лекционного материала преподавателя за счет специальной литературы, консультаций;

- подготовка к лабораторным занятиям по специально разработанным планам с изучением основной и дополнительной литературы;

- подготовка к выполнению диагностических форм контроля (тесты, контрольные работы, устные опросы и т.п.);

- подготовка к зачету, экзамену.

## ЛИТЕРАТУРА

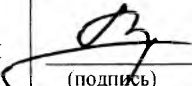
### Основная:

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Бином, 2004. – 636 с.
2. Вержбицкий, В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов / В.М. Вержбицкий. – М.: Высш. шк., 2002. – 840 с.
3. Мулярчик, С.Г. Численные методы: Конспект лекций / С.Г. Мулярчик. – Минск, 2008.
4. Самарский, А.А. Введение в численные методы: Учебное пособие / А.А. Самарский – М.: Наука, 2005. – 272 с.
5. Численные методы / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432с.

### Дополнительная:

6. Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков. – М.: Высш. шк., 2000. – 190 с.
7. Воеводин, В.В. Матрицы и вычисления / В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. - М.: Наука, 1984. – 320 с.
8. Годунов, С.К. Решение систем линейных уравнений / С.К. Годунов. - Новосибирск: Наука, 1980. – 177 с.
9. Голуб, Дж. Матричные вычисления / Дж. Голуб, Ван Лоун Ч. - М.: Мир, 1999. – 548 с.
10. Коновалов, А.Н. Введение в вычислительные методы линейной алгебры / А.Н. Коновалов. - Новосибирск: НГУ, 1983. – 84 с.
11. Парлетт, Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы / Б. Парлетт. - М.: Мир, 1983. – 384 с.
12. Стренг, Г. Линейная алгебра и ее применение / Г. Стренг. - М.: Мир, 1980. – 454 с.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1	2	3	4
Высшая математика	Кафедра высшей математики	Предложений нет  (подпись) В.В. Косьянчук	<u>03.06.2019</u> Протокол № <u>10</u>