Таким образом, определяя необходимость и стратегическую значимость развития международной деятельности как важнейшей составляющей позиционирования на мировом рынке образовательных услуг, вузы республики при разработке «Стратегии международной деятельности» должны учитывать следующие основные положения:

- важнейшей задачей вуза в условиях глобализации является формирование специалиста, отвечающего потребностям мирового рынка труда и способного решать актуальные проблемы развития общества;
- международная деятельность является не только необходимым условием поддержки индивидуальной конкурентоспособности, но и механизмом реализации национальных экономических интересов;
- сегодня не существует альтернативы активной интеграции Беларуси в мировое образовательное пространство, основная ставка в развитии этого процесса должна быть сделана на освоение передовых образовательных технологий;
- международное сотрудничество в современных социокультурных, экономических и внешнеполитических условиях не только является одним из важнейших факторов развития, но и содержит значительный потенциал рискообразования.

В совокупности указанные положения формируют практически безальтернативную основу разработке «Стратегии международной деятельности вуза», которая в предлагаемом контексте станет эффективным плацдармом для реального расширения его образовательного пространства, устойчивого продвижения имени на образовательные рынки других стран. Тем не менее, руководствуясь основополагающими принципами стратегического менеджмента, важно учитывать и то обстоятельство, что даже идеально разработанная стратегия не приносит ожидаемого эффекта без ее грамотной реализации. Только при достижении единства в понимании содержания и значимости установленных приоритетов и задач всеми подразделениями и службами вуза, совместной ориентации на выполнение стратегических ориентиров и ответственном подходе к их реализации на оперативно-тактическом уровне управления можно ожидать укрепления конкурентоспособности и усиления позиций вуза на мировом рынке образовательных услуг.

Статья поступила в редакцию 30.12.2014 г.

Н.И. Холод
доктор экономических наук, профессор
А.А. Ефремов
БГЭУ (Минск)

ЦЕПИ МАРКОВА КАК ИНСТРУМЕНТ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЙ АПК В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В статье рассматривается возможность применения математического аппарата марковских случайных процессов для моделирования некоторых аспектов деятельности сельскохозяйственного предприятия. На условном примере рассмотрена проблема планирования финансовых результатов предприятия АПК в условиях неопределенности.

This paper reveals the opportunity of using Markov chains mathematical instruments for simulation of agricultural enterprise activity. The problem of financial results planning under uncertainty is considered on illustrative example.

Введение

Корректному результату оценки эффективности работы предприятия АПК в условиях стохастического характера производства в значительной мере способствуют моделирование и экономико-математические методы. Особенно необходимо их использовать, когда работа сельскохозяйственного предприятия рассматривается как процесс с дискретным состоянием и дискретным временем.

Большинство экономических показателей, характеризующих производственно-коммерческую деятельность агропромышленного предприятия, по своей сути являются случайными величинами, поскольку на них оказывает влияние целый комплекс внешних и внутренних факторов, часть из которых крайне сложно количественно определить. Поэтому одним из эффективных инструментов моделирования экономических процессов в сельском хозяйстве являются цепи Маркова.

Проблемой использования аппарата марковских случайных процессов для решения прикладных задач занимались А.В. Скороход [2], А.Ф. Владимиров [6], Г.О. Читая [7] и др.

В данной работе мы покажем возможность применения этого подхода к решению задачи планирования финансовых результатов предприятия АПК в условиях неопределенности.

Основные положения

В результате каких-либо воздействий объективного или субъективного характера в моменты времени t_1, t_2, ... предприятие АПК как динамическая система перейдет в состояния s_1, s_2, ... соответственно. Переходы системы из состояния s_i в состояние s_j могут быть, например, такими — $s_1 \to s_2 \to s_3 \to \ldots$, или $s_1 \to s_2 \to s_4 \to s_6 \to \ldots$, или $s_1 \to s_3 \to s_5 \to \ldots$.

Переход из одного состояния в другое можно представить траекторией, имеющей вид ломаной линии.

Принимаемое относительно состояния s_1 решение, например u_1, приводит систему в состояние s_2. При этом решение u_1 зависит только от состояния s_1 и не зависит от того, когда и как система пришла в состояние s_1.

В общем виде на любом звене траектории принимаемое решение зависит лишь от предыдущего состояния. Это принцип динамического характера функционирования системы перехода из одного состояния в другое.

Предполагая зависимость последующего перехода системы от предыдущего состояния s_i, которое определено с некоторой вероятностью a_i, паре состояний (s_i, s_j) можно поставить в соответствие условную вероятность p_{ij}. Для звена (s_i, s_j) вероятность $p(s_i, s_j) = a_i p_{ij}$.

В общем виде для всех звеньев траектории переходов системы из состояний s_1, s_2, ..., s_n, ... вероятности результатов будут представляться в виде системы

$$\begin{cases} p(s_1, s_2) = a_1 p_{12}, \\ p(s_1, s_2, s_3) = a_1 p_{12} p_{23}, \\ \ldots \\ p(s_1, s_2, s_3, \ldots, s_n) = a_1 p_{12} p_{23} \ldots p_{n-1,n}. \end{cases} \tag{1}$$

Условная вероятность p_{ij} есть вероятность перехода системы из состояния s_i в состояние s_j, $j = 2, 3, \ldots, n$.

Матрица, составленная из вероятностей p_{ij}, называется стохастической и в общем виде может быть представлена следующим образом:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mn} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где $0 \le p_{ij} \le 1, \sum_{j=1}^{n} p_{ij} = 1, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}.$ (3)

Если вероятности переходов p_{ij} из состояния s_i в состояние s_j зависят лишь от состояний, то траектория (в данном случае представляющая собой цепь Маркова) является однородной.

Построение матрицы (2) и ее анализ в оценке эффективности работы предприятия имеют важное значение. Сумма элементов матрицы (2) по каждой строке равна единице. Интервалы времени, в течение которых система совершает переходы, есть дискретные величины, их можно представить целочисленным рядом 0, 1, 2, ..., n, ... Вероятность того, что в момент времени t предприятие будет находиться в состоянии s_i, равна $p_i(t)$. И для любого промежутка времени справедливо равенство

$$p_1(t) + p_2(t) + \ldots + p_n(t) = 1. \tag{4}$$

Соотношение (4) имеет место вследствие того, что состояния s_i несовместные и образуют полную группу. Вероятности $p_i(t)$, выражаемые через λ_{ij}, представляют собой плотности вероятности перехода

$$\lambda_{ij} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{p_{ij}(\Delta t)}{\Delta t}, \ i \ne j. \tag{5}$$

Переходная вероятность за достаточно малый промежуток времени приближенно равна

$$p_{ij}(\Delta t) \approx \lambda_{ij} \Delta t. \tag{6}$$

Совокупность вероятностей соотношения (4) можно представить стохастическим вектором, полностью характеризующим исследуемую систему:

$$\overline{p}(t) = \left(p_1(t), p_2(t), \ldots, p_n(t) \right).$$

Как уже представлено в системе (1), вероятность перехода исследуемой системы из одного состояния в другое равно произведению вероятности предыдущего состояния на условную вероятность

$$p(s_i, s_j) = a_i p_{ij}, \ i = \overline{1, m}, \ j = \overline{1, n}.$$

А так как система делает m переходов, тогда вероятность $p_{ij}^{(m)}$ будет равна

$$p_{ij}^{(m)} = p_{i1}^{(k)} \cdot p_{1j}^{(m-k)} + p_{i2}^{(k)} \cdot p_{2j}^{(m-k)} + \ldots + p_{in}^{(k)} \cdot p_{nj}^{(m-k)}, \tag{7}$$

где $p_{ij}^{(k)}$ — вероятность перехода системы за k шагов; $p_{ij}^{(m)}$ — вероятность перехода системы за оставшиеся $m - k$ шагов.

В матричной форме соотношение (7) представим в виде

$$p^{(m)} = p^{(k)} \cdot p^{(m-k)}. \tag{8}$$

По формулам (7), (8) определяются условные вероятности переходов системы из состояний s_i $(i = \overline{1, m})$ в состояния s_j $(j = \overline{1, n})$ за m шагов. Чтобы получить безусловные вероятности $p_j(m)$, необходимо знать начальное состояние или начальный вектор вероятностей состояний s_i, а именно:

$$\bar{p}(0) = \left(p_1(0), p_2(0), \ldots, p_i(0)\right), i = \overline{1, m}.$$

Тогда $\bar{p}(1) = \bar{p}(0) \cdot p$, $\bar{p}(2) = \bar{p}(1) \cdot p = \bar{p}(0) \cdot p^2$, $\bar{p}(3) = \bar{p}(2) \cdot p = \bar{p}(0) \cdot p^3$, ..., $\bar{p}(m) = \bar{p}(0) \cdot p^m$.

Итак, безусловная вероятность при m переходах системы равна

$$\bar{p}(m) = \bar{p}(0) \cdot p^m. \tag{9}$$

Определение безусловной вероятности требует начального состояния вектора $\bar{p}(0)$. Однако известно, что если любое состояние s_i может быть получено из любого состояния s_j, то система является стохастически устойчивой, при неограниченном времени предельные вероятности $p_i(t)$ $t \to \infty$ не зависят от $\bar{p}(0)$ и функционирующей системе с установившимся режимом соответствует вектор вероятностей

$$\bar{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_m),$$

где p_i — предельные вероятности ($i = \overline{1, m}$).

В этом случае соотношение (9) будет представляться в виде

$$\begin{gathered} \bar{P} = \bar{P} \cdot P, \\ \bar{P}(P - I) = 0, \end{gathered} \tag{10}$$

где I — единичная матрица, размерность которой равна размерности матрицы P.

Таким образом, для получения безусловных вероятностей при m переходах, необходимо решить систему уравнений (10) с учетом нормированного уравнения

$$p_1 + p_2 + \ldots + p_m = 1, \ \ 0 \le p_i \le 1.$$

Каждому переходу системы (в данном случае — предприятия АПК) из состояния s_i в состояние s_j соответствует некоторая оценка величины дохода r_{ij} ($i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$) за один переход. Суммарный доход сельскохозяйственного предприятия в течение некоторого промежутка времени является случайной величиной, динамика изменения которой может быть представлена цепью Маркова.

Расчет общей величины дохода в результате совершения предприятием m переходов осуществляется как вычисление математического ожидания. Обозначим через $V_i(m)$ средний ожидаемый доход. Тогда доход агропромышленного предприятия за m переходов может быть получен как доход за один первый переход плюс доход за оставшиеся $m - 1$ переходов. Доход за один переход из состояния s_i обозначим q_i, он будет равен

$$q_i = \sum_{j=1}^{n} p_{ij} \cdot r_{ij}, \ i = \overline{1, m}. \tag{11}$$

Ожидаемый доход за оставшиеся $m - 1$ переходов зависит от того, в каком состоянии оказалась система после первого шага. Пусть это будет состояние s_j, тогда средний доход за оставшиеся $m - 1$ переходов без учета вероятностей будет равен $V_j(m - 1)$. А так как система из состояния s_i может попасть в любое состояние s_j ($j = \overline{1, n}$) с соответствующей вероятностью p_{ij}, то средний доход за оставшиеся $m - 1$ переходов выражается следующим соотношением:

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij} \cdot V_j \cdot (m - 1), \ \ i = \overline{1, m}, \ \ m = 1, 2, \ldots . \tag{12}$$

С учетом соотношений (11) и (12) полный ожидаемый доход за m переходов равен

$$V_i(m) = \sum_{j=1}^{n} p_{ij} \cdot r_{ij} + \sum_{j=1}^{n} p_{ij} \cdot V_j \cdot (m-1), \;\; i = \overline{1, m}, \;\; m = 1, 2, \ldots . \tag{13}$$

То же самое соотношение можно записать в несколько ином виде:

$$V_i(m) = q_i + \sum_{j=1}^{n} p_{ij} \cdot V_j \cdot (m-1), \;\; i = \overline{1, m}, \;\; m = 1, 2, \ldots .$$

В векторной форме соотношение (13) имеет вид

$$V(m) = Q + PV(m-1), \tag{14}$$

где $V(m) = \begin{pmatrix} V_1(m) \\ V_2(m) \\ \cdots \\ V_n(m) \end{pmatrix}$; $Q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \cdots \\ q_m \end{pmatrix}$.

Из соотношений (13), (14) следует, что для определения полного ожидаемого среднего дохода нет необходимости вводить матрицу доходов. Вполне достаточно знать матрицу вероятностей переходов $\|P\|$ и вектор-столбец Q ожидаемых доходов за один переход.

При достаточно больших значениях m ожидаемый доход можно получить по формуле

$$V_i(m) = mq + V_i, \tag{15}$$

где $q = \sum_{i=1}^{m} p_i q_i$, здесь p_i — предельные вероятности.

Величина q есть не что иное, как средний ожидаемый доход за один переход, когда система осуществляет достаточно большое число переходов.

Величинам V_i можно придать значения относительных весов, зафиксировав два состояния — s_k и s_l. Учитывая выражение (15), можно записать:

$$V_k(m) - V_l(m) = V_k - V_l. \tag{16}$$

Поэтому разность $V_k - V_l$ можно считать величиной дохода, который будет дополнительно получен, если система начинает функционировать из состояния s_k, а не s_l.

Возможности моделирования и оценки эффективности переходов системы из состояний s_i в состояния s_j рассмотрим на условном примере.

Пусть система S — предприятие АПК, которое занимается производством сельскохозяйственной продукции. Одним из важных показателей работы сельскохозяйственного предприятия является валовой доход, полученный от реализации произведенной продукции. Для нормально отлаженного процесса планирования хозяйственной деятельности в АПК большое значение имеет правильное и своевременное определение финансовых результатов.

Валовой доход сельскохозяйственного предприятия зависит от двух основных параметров: цены продукции и объема реализации. Последний в первую очередь определяется объемом рыночного спроса.

Существуют различные подходы к прогнозированию величины спроса. Специалисты предлагают для этой цели использовать методы эконометрики, аппарат теории игр, маркетинговое исследование рынка. Мы считаем, что наряду с этими методами хорошие результаты может обеспечить подход, основанный на марковских случайных процессах.

Вообще говоря, спрос на сельскохозяйственную продукцию в большинстве случаев малоэластичен, так как косвенно связан с автономным (не зависящим от дохода) потреблением. Тем не менее нельзя воспринимать спрос как фиксированную величину. В качестве факторов, которые детерминируют попадание системы (предприятия АПК) в определенное состояние, в данном случае могут быть рассмотрены следующие: изменение доходов сектора домохозяйств, инфляционные ожидания в экономике, изменения в маркетинговой стратегии конкурирующих фирм (в частности, в ценовой политике). Так, при снижении благосостояния населения спрос на сельскохозяйственную продукцию в абсолютном выражении падает. При наличии в национальной экономике инфляционных ожиданий спрос на продукты питания (а значит, и на продукцию агропромышленного комплекса) растет. Во многом спрос на продукцию данного предприятия зависит от поведения конкурентного окружения. Если конкурент с целью увеличения своего присутствия на рынке снижает цены либо активизирует мероприятия системы ФОССТИС, то спрос на продукцию рассматриваемого предприятия при неизменной величине емкости рынка обычно уменьшается.

Если рассмотреть внешнюю среду предприятия, а именно спрос на его продукцию, который складывается на рынке, то возможны следующие варианты: потребительский спрос под воздействием комплекса факторов среды может сложиться на высоком, среднем либо низком уровне. Исходя из этого система S может оказаться в состояниях s_1, s_2 и s_3 соответственно.

Пусть стохастическая матрица вероятностей переходов имеет вид

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}5 & 0{,}25 & 0{,}25 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Получение корректных значений элементов матрицы $\|P\|$ — достаточно сложная задача. Одним из вариантов является создание группы экспертов и дальнейшая статистическая обработка их мнений, выраженных количественно.

Матрица величины дохода за переход из одного состояния в другое:

$$R = \begin{pmatrix} 15 & 7 & 3 \\ 12 & 4 & 2 \\ 8 & 5 & -4 \end{pmatrix}.$$

Требуется определить матрицу перехода за два шага, предельные вероятности и полный ожидаемый доход за m переходов.

Все состояния системы существенны, поэтому цепь регулярна.

Матрица перехода за два шага равна

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}5 & 0{,}25 & 0{,}25 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}5 & 0{,}25 & 0{,}25 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}325 & 0{,}175 \\ 0{,}5 & 0{,}3375 & 0{,}1625 \\ 0{,}5 & 0{,}275 & 0{,}225 \end{pmatrix}.$$

Предельные вероятности p_1, p_2, p_3 определим по соотношению (10):

$$(p_1, p_2, p_3) \cdot \left[\begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}3 & 0{,}2 \\ 0{,}5 & 0{,}25 & 0{,}25 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = 0.$$

Учтем также, что $p_1 + p_2 + p_3 = 1$.

Проделав преобразования, получим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} -0{,}5p_1 + 0{,}5p_2 + 0{,}5p_3 = 0, \\ 0{,}3p_1 - 0{,}75p_2 + 0{,}5p_3 = 0, \\ 0{,}2p_1 + 0{,}25p_2 - p_3 = 0, \\ p_1 + p_2 + p_3 = 1. \end{cases}$$

Решив данную систему уравнений, получим значения предельных вероятностей

$$p_1 = 0{,}5;\ \ p_2 = 0{,}32;\ \ p_3 = 0{,}18.$$

Это означает, что вероятность высокого спроса на продукцию предприятия составляет 50 %, среднего и низкого спроса — 32 и 18 % соответственно.

Доход за один переход по соотношению (11) равен

$$r_1 = 15 \cdot 0{,}5 + 7 \cdot 0{,}3 + 3 \cdot 0{,}2 = 10{,}2;$$
$$r_2 = 12 \cdot 0{,}5 + 4 \cdot 0{,}25 + 2 \cdot 0{,}25 = 7{,}5;$$
$$r_3 = 8 \cdot 0{,}5 + 5 \cdot 0{,}5 = 6{,}25.$$

Полный ожидаемый доход получим по соотношению (14). Результаты расчетов занесем в таблицу.

Полный ожидаемый доход предприятия АПК

$V_j(m)$	Переходы (m)				
	0	1	2	3	4
$V_1(m)$	0	10,2	18,8	27,431	36,055
$V_2(m)$	0	7,5	16,038	24,684	33,304
$V_3(m)$	0	6,25	15,1	23,669	32,308

Средний ожидаемый доход за один переход по соотношению (11) составит

$$q = 0{,}5 \cdot 10{,}2 + 0{,}32 \cdot 7{,}5 + 0{,}18 \cdot 6{,}25 = 8{,}625 \text{ (ден. ед.)}.$$

Выводы

Как показывает приведенный пример, цепи Маркова могут эффективно использоваться в процессе моделирования различных аспектов финансово-хозяйственной деятельности агропромышленных предприятий. Изложенный в данной статье математический аппарат достаточно универсален. Вместе с тем при его применении на практике могут возникнуть определенные сложности. Так, одной из наиболее острых проблем при постановке задачи планирования экономических показателей работы сельскохозяйственного предприятия является нахождение элементов стохастической матрицы. Далеко не всегда ретроспективный анализ частоты свершения событий позволяет точно оценить вероятности переходов системы из одного состояния в другое. В то же время по сравнению с другими методами, применяемыми в процессе планирования на предприятиях АПК, марковские процессы позволяют учесть, во-первых, динамику функционирования экономических объектов, а во-вторых, их стохастический характер. Это позволяет получить более точные оценки экономических показателей работы сельскохозяйственного предприятия, а значит, избежать нежелательных потерь и повысить эффективность функционирования агропромышленного комплекса Республики Беларусь в целом.

Литература

1. *Костевич, Л. С.* Теория игр. Исследование операций / Л. С. Костевич, А. А. Лапко. — Минск : Выш. шк., 1982.

2. *Скороход, А. В.* Марковские процессы и вероятностные приложения в анализе / А. В. Скороход // Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат. Фундам. направления / Ин-т науч. и техн. информации. — М., 1989. — Т. 43. — С. 147–188.

3. *Лапко, А. А.* Исследование операций / А. А. Лапко, Н. И. Холод. — Минск : БГЭУ, 1996.

4. *Чистяков, В. П.* Курс теории вероятностей / В. П. Чистяков. — 6-е изд., испр. — СПб. : Лань, 2003.

5. *Колмогоров, А. Н.* Введение в теорию вероятностей / А. Н. Колмогоров, И. Г. Журбенко, А. В. Прохоров. — Москва ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2003.

6. *Владимиров, А. Ф.* Теории случайных функций, марковских процессов, массового обслуживания, надежности и восстановления в приложении к технической эксплуатации автомобиля / А. Ф. Владимиров. — Рязань : Рязан. гос. с.-х. акад. им. проф. П. А. Костычева, 2006.

7. *Читая, Г. О.* Построение марковской матрицы вероятностей перехода заемщиков коммерческого банка / Г. О. Читая // Экономический рост Республики Беларусь: глобализация, инновационность, устойчивость : материалы VI Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 15–16 мая 2013 г. : в 2 т. / Белорус. гос. экон. ун-т ; редкол.: В. Н. Шимов (отв. ред.) [и др.]. — Минск, 2013. — Т. 2. — С. 383–386.

Статья поступила в редакцию 23.12.2014 г.

Ж.Л. Цауркубуле

доктор инженерных наук, профессор

Балтийский институт психологии и менеджмента (Рига, Латвия)

ВЛИЯНИЕ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА СОХРАНЕНИЕ И РАЗВИТИЕ ЧЕЛОВЕЧЕСКИХ РЕСУРСОВ ЛАТВИИ

В статье проведено исследование влияния мер демографической политики на систему формирования и развития человеческих ресурсов Латвии. Целью статьи является выявление слабых мест функционирования системы демографической политики и формулирование концептуальных предложений по разрешению существующих противоречий. В заключении сформулированы предложения по увеличению эффективности функционирования системы демографической политики Латвии.

The article examines the effects of influence demographic policy on the formation and development of human resources in Latvia. The objective of the article aims to determine «weak points» of population system's policy and develop the conceptual proposals that will resolve existing disputes. In the conclusion, the proposals on the increasing of the effectiveness of the system of population policy in Latvia were put forward.

Введение

Сразу после восстановления независимости Латвии население страны начало неуклонно сокращаться. Так, если в 1991 г. на территории республики проживали 2 687 000 чел. (это был последний год, когда в стране наблюдался естественный прирост населения), то через 20 лет, согласно переписи населения 2011 г., количество жителей Латвии составило лишь 2 047 700 жителей, сократившись, таким образом, только по официальным данным на неполные 25 % [1]. Вступление Латвии в Европейский союз