

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВАЖНЕЙШИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЛОРУССКОЙ ЭКОНОМИКИ НА ОСНОВЕ БАЛАНСОВО-ОПТИМИЗАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

М.К. Кравцов, А.А. Антаневич\*

В статье представлена балансово-оптимизационная межотраслевая модель для анализа и прогнозирования важнейших показателей белорусской экономики, которая позволяет исключить коэффициенты прямых затрат из числа экзогенных переменных. Эндогенными в модели также являются показатели конечной продукции, валовых добавленных стоимостей, промежуточного потребления и промежуточных затрат по отраслям. Получен критерий, с помощью которого можно определить совместность системы линейных уравнений и неравенств, задающих ограничения модели. Проведены вычислительные эксперименты на информации отчетных межотраслевых балансов Республики Беларусь за 2004–2012 гг., результаты которых свидетельствуют о приемлемой точности прогноза и возможности использования предложенной модели при разработке прогнозов и программ социально-экономического развития страны.

**Ключевые слова:** межотраслевой баланс, межотраслевые связи, балансово-оптимизационная модель, квадратичный критерий, энтропийный с модулем критерий.

**JEL-классификация:** С61, С67, О21.

Наиболее распространенным инструментом макроэкономического анализа был и остается межотраслевой баланс (МОБ) производства и распределения продукции, или анализ «затраты–выпуск» (термин, который применяется на Западе). Как отмечал В. Леонтьев (Leontief, 1987. Р. 860), анализ «затраты–выпуск» представляет собой применение на практике классической теории общей взаимозависимости, в которой экономика целого региона, страны или всего мира рассматривается как единая система, а ее функционирование описывается и интерпретируется в терминах непосредственно наблюдаемых основных структурных взаимосвязей. В соответствии с этим утверждением, данный анализ базируется исключительно на использовании величин, которые непосредственно наблюдаемы и могут быть измерены с применением обычных инструментов экономического исследования.

МОБ позволил комплексно подойти к изучению обширных массивов статистической информации, увязать в рамках единой модели макроэкономический и отраслевой уровни анализа, понять объективную природу анализа при выработке стратегических ориентиров структурной перестройки экономики, выявить не только прямые, непосредственно наблюдаемые, но и косвенные (сопряженные) взаимосвязи, возникающие в процессе изготовления продукции.

Первоначальная схема баланса межотраслевых связей, сформулированная В. Леонтьевым (1958), явилась базой для многочисленных моделей, разрабатывающихся в различных странах для целей экономического анализа и прогнозирования. Развитие межотраслевого метода, модификация и расширение исходной схемы были обусловлены прежде всего такими обстоятельствами, как необходимость учета специфических особенностей и факторов экономичес-

\* Кравцов Михаил Константинович (vicrab@mail.ru), доктор физико-математических наук, профессор, Научно-исследовательский экономический институт Министерства экономики Республики Беларусь (г. Минск, Беларусь);

Антаневич Алексей Александрович (a.antanovich@gmail.com), младший научный сотрудник, Научно-исследовательский экономический институт Министерства экономики Республики Беларусь (г. Минск, Беларусь).

кого развития той или иной страны, совокупиность прикладных задач, решаемых с помощью данного класса моделей, а также статистическая база, имеющаяся в распоряжении исследователей.

Экономико-математические модели, разработанные на основе МОБ, приводят к сбалансированности и увязке важнейших экономических показателей, и поэтому они часто включаются в различные макромоделли для проведения как теоретических исследований, так и прикладных расчетов, связанных с оценкой альтернатив развития национальной экономики. Известны (Апокин, 2013) успешные попытки интегрировать большие межотраслевые модели ряда национальных экономик в модель мировой экономики. Примером может служить глобальная модель INFORUM, состоящая из балансово-эконометрических моделей 20 национальных экономик с использованием МОБ, 12 из которых взаимосвязаны на основе модели внешней торговли (Wang, 2000).

Практика применения МОБ и сегодня показывает непреходящую его значимость для государственного регулирования, стратегического планирования и прогнозирования приоритетных направлений развития экономики.

#### ***Краткий обзор основных подходов к моделированию межотраслевых связей национальной экономики***

В НИЭИ Министерства экономики Республики Беларусь (Кравцов, 2013) проведен обзор подходов к моделированию межотраслевых связей национальной экономики и основных моделей, построенных на их основе. Несмотря на разнообразие вариантов моделей МОБ и исходных для них предположений, их общей основой является отражение межотраслевых и финансовых потоков между отраслями экономики со структурно-технологической точки зрения. Эти модели, как правило, отличаются одна от другой теми или иными особенностями своего построения, которые связаны с принятыми в различных странах принципами классификации отраслей, способами отражения непрофилирующей и импортной продукции, используемыми ценами, порядком налогообложения и т. д.

Поэтому применение известных моделей МОБ к реалиям экономической ситуации в Беларуси невозможно без их адаптации и учета особенностей, характерных для нашей страны.

Можно выделить три основных подхода к моделированию межотраслевых связей современной экономики: балансово-эконометрический, оптимизационно-межотраслевой, многокритериальный.

*Балансово-эконометрический подход* позволяет существенно «смягчить» жесткие ограничения, связанные с пропорциональной зависимостью затрат товаров и услуг на производство продукции от ее выпуска. В рамках этого подхода в Институте народнохозяйственного прогнозирования РАН (Суворов, Балашова, 2009, 2010, 2011) и Институте кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины (Карпец, 2008) разработаны балансово-эконометрические модели для прогнозирования межотраслевых связей экономик России и Украины, параметры в которых оцениваются с помощью методов математической статистики. Возможности и направления использования балансово-эконометрического подхода в решающей мере определяются наличием статистической информации. Недостаток статистических данных, которые характеризуют динамику отечественной экономики, препятствует использованию эконометрического моделирования для прогнозирования межотраслевых потоков продукции (Кравцов и др., 2014а).

В рамках *оптимизационно-межотраслевого подхода* были разработаны нелинейные оптимизационные модели с различными критериями (квадратичным, энтропийным без модуля, минимаксным, суммы модулей относительных и абсолютных отклонений) для прогнозирования коэффициентов прямых затрат (КПЗ) (Matuszewski et al., 1964; Крачковский, 2000; Кравцов и др., 2004; Величко, 2011; Кравцов и др., 2014б) и однокритериальная модель максимизации ВВП (Кравцов, Крукова, 2010), учитывающая уравнения МОБ, ограничения на факторы производства, объемы потребления топливно-энергетических ресурсов (ТЭР), внешне-торговое сальдо, структурные сдвиги в экономике, темпы изменения конечной продук-

ции отраслей и выбросы загрязняющих веществ в атмосферный воздух.

*Многокритериальный подход* к моделированию экономики, как правило, используется в сочетании с другими, например с эконометрическим, а также с подходом, который основывается на применении моделей МОБ. Его использовали в Финляндии (Wallenius et al., 1978), Болгарии (Шапкарев, Димитрова, 1979), Южной Кореи (Cho, 1999), Португалии (Oliveira, Antuenes, 2002; 2004), России (Макаров и др., 2002), Украине (Михалевич и др., 2001). В НИЭИ Министерства экономики Республики Беларусь (Кравцов и др., 2002; Кравцов, Пашкевич, 2004; Кравцов, Крукова, 2005) были разработаны двух-, трех- и четырехкритериальные модели нахождения отраслевой структуры белорусской экономики. Критерии в двухкритериальной модели – максимизация ВВП и минимизация потребления ТЭР, а в трехкритериальной – максимизация ВВП, минимизация потребления ТЭР и максимизация внешнеторгового сальдо. Четырехкритериальная модель, помимо трех названных, содержит критерий минимизации выбросов углекислого газа, образующегося при сжигании топлива.

Модельный инструментарий, разработанный с помощью оптимизационно-межотраслевого и многокритериального подходов, используется в основном для целей экономического анализа. Его применение для прогнозирования экономики требует совершенствования самого этого инструментария. Принципиальным направлением такого совершенствования является описание в рамках единой схемы МОБ производственно-технологического аспекта функционирования экономики, макроэкономических данных о межотраслевых и финансовых потоках. Соединение в одной модели таких показателей обеспечивает возможность отражения в ней объективно существующей взаимозависимости динамики и структуры экономики в целом и ее отдельных отраслевых агрегатов.

Цель исследования – разработать методический инструментарий для анализа и прогнозирования важнейших макропоказателей белорусской экономики на основе оптимизационно-межотраслевого подхода.

### ***Основные принципы построения балансово-оптимизационной межотраслевой модели и ее формализованное описание***

При разработке любой модели на первом этапе следует определиться с основными принципами реализации предлагаемой концепции моделирования, которые были сформулированы нами на основе систематизации достоинств и недостатков аналогичных моделей. В качестве основных таких принципов построения балансово-оптимизационной межотраслевой модели были определены следующие:

- целостность описания производственно-технологического аспекта функционирования экономики, а также макроэкономических данных о материально-вещественных и финансовых потоках. Реализация данного принципа позволит повысить степень согласованности прогнозируемых параметров развития отраслей экономики;

- принцип минимума общей реорганизации отраслевой структуры производства. Он соответствует условиям краткосрочного прогноза, и его реализация будет проводиться с помощью нелинейного критерия: квадратичного или энтропийного с модулем. Квадратичный критерий представляет собой минимизацию суммы квадратов отклонений прогнозных значений матрицы КПЗ от соответствующих значений элементов базовой матрицы. Энтропийный с модулем критерий обеспечивает получение наименьшего (минимально возможного) значения суммы произведений прогнозных КПЗ на модули логарифмов частного, где в числителе стоит КПЗ прогнозного года, а в знаменателе – КПЗ базового года;

- принцип учета открытости белорусской экономики, реализующийся путем включения в модель показателей экспорта и импорта, характеризующих внешние связи экономики;

- адекватность модели реальному объекту, отображающая все существенные с точки зрения поставленной цели характеристики объекта моделирования и подтверждающая соответствие реальным данным;

- сбалансированность, определяющая требование целостного представления экономики страны и возможность моделиро-

вания с учетом необходимости сохранения основных воспроизводственных пропорций в каждый момент времени;

- вариативность – способность модели вырабатывать альтернативные стратегии при возможных изменениях условий среды. Выполнение данного требования может быть обеспечено за счет изменения значений экзогенных переменных;

- практическая применимость – наличие и достаточность официальной статистической базы для выхода на практические расчеты.

Основными в модели являются ограничения на валовые выпуски отраслей, суммарное значение валовых добавленных стоимостей (ВДС) отраслей, внешнеторговое сальдо, объемы потребления ТЭР, оплату труда работников, инвестиции в основной капитал, а также ограничения снизу и сверху для промежуточного потребления (ПП) и промежуточных затрат (ПЗ) по отраслям, ограничения снизу на КПЗ. Эти ограничения записываются в виде линейных уравнений и неравенств.

Разработанная модель прогнозирования развития отраслей белорусской экономики представляет собой балансово-оптимизационную задачу, решение которой сводится к определению для прогнозного года матрицы  $A = (a_{ij})_{n \times n}$  КПЗ, векторов ПП  $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ , ПЗ  $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ , конечной продукции (КП)  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  и НДС  $z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$  отраслей, обеспечивающих минимум суммы квадратов отклонений прогнозируемых значений элементов матрицы КПЗ от соответствующих значений элементов базовой матрицы, т. е.:

$$f(A) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (a_{ij} - a_{ij}^0)^2 \rightarrow \min \quad (1)$$

при условиях

$$p_i + y_i = x_i \quad \forall i \in N_n, \quad (2)$$

$$q_j + z_j = x_j \quad \forall j \in N_n, \quad (3)$$

$$p_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \quad \forall i \in N_n, \quad (4)$$

$$q_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \quad \forall j \in N_n, \quad (5)$$

$$p_i^- \leq p_i \leq p_i^+ \quad \forall i \in N_n, \quad (6)$$

$$q_j^- \leq q_j \leq q_j^+ \quad \forall j \in N_n, \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n z_j \geq G, \quad (8)$$

$$a_{ij} \geq d_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in N_n^2, \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n (g_i - h_i) y_i \geq H, \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n r_j z_j \leq R, \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^n l_j z_j \leq L, \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^n k_j z_j \leq K, \quad (13)$$

где  $n$  – число отраслей (видов экономической деятельности),  $N_n = \{1, 2, \dots, n\}$ ;  $N_n^2 = N_n \times N_n$ ;

$A^0 = (a_{ij}^0)_{n \times n}$  – матрица КПЗ в базовом году;

$a_{ij}, (a_{ij}^0)$  – КПЗ, показывающий, сколько продукции отрасли  $i$  требуется для производства единицы продукции отрасли  $j$  в прогнозном (базовом) году, доли;

$p_i^-, p_i^+$  – соответственно нижняя и верхняя границы ПП  $i$ -й отрасли в прогнозном году, млн руб. ( $p_i^+ \geq p_i^- \geq 0$ );

$q_j^-, q_j^+$  – соответственно нижняя и верхняя границы для ПЗ  $j$ -й отрасли в прогнозном году, млн руб. ( $q_j^+ \geq q_j^- \geq 0$ );

$x_i$  – валовые выпуски  $i$ -й отрасли в прогнозном году, млн руб. ( $x_i \geq 0$ );

$G$  – нижняя граница для суммарного значения НДС отраслей в прогнозном году, млн руб.;

$y_i$  – КП  $i$ -й отрасли в прогнозном году, млн руб.;

$z_j$  – НДС  $j$ -й отрасли в прогнозном году, млн руб.;

$d_{ij}$  – нижняя граница для КПЗ  $a_{ij}$  в прогнозном году ( $d_{ij} \geq 0$ );

$H$  – нижняя граница внешнеторгового сальдо в прогнозном году, млн руб.;

$R$  – верхняя граница объема потребления ТЭР в прогнозном году, млн руб.;

$L$  – верхняя граница оплаты труда работников в прогнозном году, млн руб.;

$K$  – верхняя граница объема инвестиций в основной капитал в прогнозном году, млн руб.;

$g_i, h_j$  – соответственно коэффициенты экспорта и импорта, показывающие отношение объемов экспорта и импорта к объему КП  $i$ -й отрасли в прогнозном году, руб./руб.;

$r_j$  – коэффициент, показывающий отношение объема ТЭР к объему ВДС  $j$ -й отрасли в прогнозном году, руб./руб.;

$l_j$  – коэффициент, показывающий отношение оплаты труда работников к объему ВДС  $j$ -й отрасли в прогнозном году, руб./руб.;

$k_j$  – коэффициент, показывающий отношение объема инвестиций в основной капитал к объему ВДС  $j$ -й отрасли в прогнозном году, руб./руб.

Модель (1)–(13) рассматривается для безразмерных КПЗ, которые рассчитываются по стоимостным МОБ.

Модели (1)–(9) и (1)–(13) будем называть соответственно базовой<sup>1</sup> и расширенной версией балансово-оптимизационной межотраслевой модели.

Величины  $p_i^-, p_i^+, q_j^-, q_j^+$ , задающие нижние и верхние границы для переменных  $p_i, q_j$ , могут быть вычислены по следующим формулам:

$$p_i^- = (1 - \alpha_i) p_i^0, p_i^+ = (1 + \alpha_i) p_i^0 \quad \forall i \in N_n,$$

$$q_j^- = (1 - \beta_j) q_j^0, q_j^+ = (1 + \beta_j) q_j^0 \quad \forall j \in N_n,$$

где  $p_i^0$  – ПП  $i$ -й отрасли в базовом году, млн руб.;

<sup>1</sup> Базовая версия балансово-оптимизационной модели в несколько ином виде была сформулирована и доложена 23 декабря 2014 г. на XV Международной научной конференции «Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития» (Кравцов, Антаневич, 2014с).

$q_j^0$  – ПЗ  $j$ -й отрасли в базовом году, млн руб.;

$\alpha_i, \beta_j$  – соответственно темпы изменения значений ПП и ПЗ  $i$ -й отрасли, доли.

В модели (1)–(13) органично увязаны показатели материально-вещественных и финансовых потоков. Она позволит проводить сценарные прогнозы важнейших макроэкономических показателей Республики Беларусь в зависимости от изменения значений экзогенных переменных, выступающих в качестве правых частей ограничений.

В модели (1)–(13) вместо критерия (1) также может быть рассмотрен любой из следующих критериев:

$$f_1(A) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \ln \left( \frac{a_{ij}}{a_{ij}^0} \right) \rightarrow \min, \quad (14)$$

$$f_2(A) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \left| \ln \left( \frac{a_{ij}}{a_{ij}^0} \right) \right| \rightarrow \min, \quad (15)$$

$$f_3(A) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \rightarrow \min. \quad (16)$$

Представление критериев (14) и (15) требует, чтобы каждый элемент матриц  $A = (a_{ij})_{n \times n}$  и  $A^0 = (a_{ij}^0)_{n \times n}$  КПЗ был положительным. Поэтому в моделях (14), (2)–(13) и (15), (2)–(13) матрица  $D = (d_{ij})_{n \times n}$ , задающая нижние границы для КПЗ  $a_{ij}$  в прогнозном году, выбирается положительной, а нулевые элементы матрицы  $A^0 = (a_{ij}^0)_{n \times n}$  заменяются на  $\varepsilon = 10^{-7}$ .

Критерий (1) будем называть квадратичным, критерий (14) – энтропийным без модуля, критерий (15) – энтропийным с модулем, а критерий (16) – линейным критерием. Линейный критерий представляет собой минимизацию суммарных промежуточных затрат в экономике. Заметим, что критерий (14) использовался (Величко, 2011; Кравцов и др., 2014b) в оптимизационной модели прогнозирования КПЗ.

Для программной реализации описанной модели был выбран пакет Matlab. Модель с квадратичным критерием реализована с использованием функции quadprog, с энтропийным (с модулем и без) критерием – с помощью функции fmincon, а с линейным – с помощью функции linprog.

Функция quadprog пакета Matlab позволяет найти минимум квадратичной функции нескольких переменных при заданных линейных ограничениях типа равенств или неравенств, стартуя с заданного начального приближения. Ее обобщением на случай нелинейных функций является функция fmincon, которая позволяет найти минимум нелинейной функции нескольких переменных при заданных линейных и/или нелинейных ограничениях типа равенств либо неравенств, стартуя с заданного начального приближения. Функция linprog позволяет найти минимум линейной функции нескольких переменных при заданных линейных ограничениях типа равенств или неравенств, стартуя с заданного начального приближения.

В качестве начального приближения для переменных были выбраны соответствующие значения базового года. Конечные отклонения по значениям функций, нарушениям условий ограничений и значениям эндогенных переменных задавались одинаковыми и равными  $10^{-8}$ .

#### Качественные свойства балансово-оптимизационной межотраслевой модели

При решении практических задач важное место занимают результаты качественного исследования модели, позволяющие указать полезные в том или ином отношении свойства совокупности решений.

Как базовая, так и расширенная версия балансово-оптимизационной межотраслевой модели требуют выполнения ограничений (2)–(9). Определим некоторые свойства системы линейных уравнений и неравенств (2)–(9).

Суммируя равенства (4) по  $i \in N_n$ , а равенства (5) по  $j \in N_n$ , получим:

$$\sum_{i=1}^n p_i = \sum_{j=1}^n q_j. \quad (17)$$

Суммируя равенства (2) по  $i \in N_n$ , а равенства (3) по  $j \in N_n$  и, учитывая (17), приходим к сбалансированности суммарных значений КП и ВДС отраслей, т. е.

$$\sum_{i=1}^n y_i = \sum_{j=1}^n z_j. \quad (18)$$

Из равенств (2), (3) и неравенств (6), (7) получаем следующие неравенства:

$$x_i - p_i^- \leq y_i \leq x_i - p_i^+ \quad \forall i \in N_n, \quad (19)$$

$$x_j - q_j^+ \leq z_j \leq x_j - q_j^- \quad \forall j \in N_n, \quad (20)$$

задающие нижние и верхние границы для КП и ВДС отраслей.

В соответствии с соотношениями (4), (5), (9) и учитывая неотрицательность валовых выпусков  $x_i$ , верны неравенства

$$p_i \geq \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j \quad \forall i \in N_n, \quad q_j \geq \sum_{i=1}^n d_{ij} x_i \quad \forall j \in N_n.$$

Также из (5) следует, что  $q_j = 0$ , если  $x_j = 0$ , поэтому в дальнейшем будем предполагать, что выполняются следующие соотношения:

$$p_i^- \geq \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j \quad \forall i \in N_n, \quad (21)$$

$$q_j^- \geq \sum_{i=1}^n d_{ij} x_i \quad \forall j \in N_n, \quad (22)$$

$$q_j^- = q_j^+ = 0, \text{ если } x_j = 0. \quad (23)$$

Совокупность  $(A, p, q, y, z)$  будем называть решением системы (2)–(9), если элементы матрицы  $A$  и компоненты векторов  $p, q, y, z$  удовлетворяют этой системе. Если система (2)–(9) имеет хотя бы одно решение, то она называется совместной; если же данная система не имеет ни одного решения, то она называется несовместной.

**Теорема 1.** Система линейных уравнений и неравенств (2)–(9) совместна тогда и только тогда, когда выполняются следующие неравенства:

$$\sum_{i=1}^n p_i^- \leq \sum_{j=1}^n q_j^+, \quad (24)$$

$$\sum_{j=1}^n q_j^- \leq \sum_{i=1}^n p_i^+, \quad (25)$$

$$\sum_{j=1}^n (x_j - q_j^-) \geq G, \quad (26)$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - p_i^-) \geq G. \quad (27)$$

**Доказательство. Необходимость.** Пусть система линейных уравнений и неравенств (2)–(9) совместна. Тогда из соотношений (6), (7), (17) вытекают условия (24) и (25). Выполнение условий (26) и (27) следует из равенств (2), (3), (18) и неравенств (8), (19), (20).

**Достаточность.** Пусть условия (24)–(27) выполняются. Докажем, что система (2)–(9) совместна.

Вначале построим векторы  $p^* = (p_1^*, p_2^*, \dots, p_n^*)$  и  $q^* = (q_1^*, q_2^*, \dots, q_n^*)$  с компонентами, удовлетворяющими условиям:

$$p_i^- \leq p_i^* \leq p_i^+ \quad \forall i \in N_n, \quad (28)$$

$$q_j^- \leq q_j^* \leq q_j^+ \quad \forall j \in N_n, \quad (29)$$

$$\sum_{i=1}^n p_i^* = \sum_{j=1}^n q_j^*, \quad (30)$$

$$\sum_{j=1}^n q_j^* \leq \sum_{j=1}^n x_j - G. \quad (31)$$

Возможны два случая:

$$1) \sum_{i=1}^n p_i^- \leq \sum_{j=1}^n q_j^-; \quad 2) \sum_{i=1}^n p_i^- > \sum_{j=1}^n q_j^-.$$

В случае 1) в силу (25) выполняются неравенства

$$\sum_{i=1}^n p_i^- \leq \sum_{j=1}^n q_j^- \leq \sum_{i=1}^n p_i^+.$$

Учитывая эти неравенства, а также неравенство (26), нетрудно убедиться в том, что векторы  $p^*$  и  $q^*$  с компонентами

$$p_i^* = p_i^- + \frac{\sum_{j=1}^n q_j^- - \sum_{k=1}^n p_k^-}{\sum_{k=1}^n p_k^+ - \sum_{k=1}^n p_k^-} (p_i^+ - p_i^-) \quad \forall i \in N_n,$$

если  $\sum_{k=1}^n p_k^+ > \sum_{k=1}^n p_k^-$ ;

$$p_i^* = p_i \quad \forall i \in N_n, \text{ если } \sum_{k=1}^n p_k^+ = \sum_{k=1}^n p_k^-;$$

$$q_j^* = q_j \quad \forall j \in N_n$$

удовлетворяют условиям (28)–(31).

В случае 2) в силу (24) выполняются неравенства

$$\sum_{j=1}^n q_j^- < \sum_{i=1}^n p_i^- \leq \sum_{j=1}^n q_j^+.$$

Отсюда, учитывая (27), заключаем, что векторы  $p^*$  и  $q^*$  с компонентами

$$q_j^* = q_j^- + \frac{\sum_{i=1}^n p_i^- - \sum_{k=1}^n q_k^-}{\sum_{k=1}^n q_k^+ - \sum_{k=1}^n q_k^-} (q_j^+ - q_j^-) \quad \forall j \in N_n,$$

$$p_i^* = p_i^- \quad \forall i \in N_n$$

удовлетворяют требуемым условиям.

Введем следующие обозначения:

$$y_i^* = x_i - p_i^* \quad \forall i \in N_n; \quad (32)$$

$$z_j^* = x_j - q_j^* \quad \forall j \in N_n; \quad (33)$$

$$\bar{p}_i = p_i^* - \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j \quad \forall i \in N_n; \quad (34)$$

$$\bar{q}_j = q_j^* - \sum_{i=1}^n d_{ij} x_j \quad \forall j \in N_n; \quad (35)$$

$$\bar{a}_{ij} = \frac{\bar{p}_i \bar{q}_j}{x_j Q} \quad \forall i \in N_n, \quad \forall j \in N_n \setminus N_0, \quad (36)$$

$$\bar{a}_{ij} = 0 \quad \forall (i, j) \in N_n \times N_0, \text{ если } Q > 0;$$

$$\bar{a}_{ij} = 0 \quad \forall (i, j) \in N_n^2, \text{ если } Q = 0; \quad (37)$$

$$a_{ij}^* = \bar{a}_{ij} + d_{ij} \quad \forall (i, j) \in N_n^2; \quad (38)$$

где  $N_0 = \{j \in N_n : x_j = 0\}$ ,

$$Q = \sum_{i=1}^n \bar{p}_i = \sum_{j=1}^n \bar{q}_j. \quad (39)$$

Равенство (39) вытекает из равенств (30), (34), (35).

Теперь докажем, что совокупность  $(A^*, p^*, q^*, y^*, z^*)$ , где  $A^* = (a_{ij}^*)_{n \times n}$ ,  $y^* = (y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*)$ ,  $z^* = (z_1^*, z_2^*, \dots, z_n^*)$ , является решением системы (2)–(9).

Прежде всего заметим, что из соотношений (32), (33), (28) и (29) вытекают соответственно соотношения (2), (3), (6) и (7).

Учитывая (34)–(39) и (23), получаем следующие равенства:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \bar{a}_{ij}^* x_j &= \sum_{j=1}^n (\bar{a}_{ij} + d_{ij}) x_j = \\ &= \sum_{j \in N_0 \setminus N_n} \frac{\bar{p}_i \bar{q}_j}{Q} + \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j = \frac{\bar{p}_i}{Q} \sum_{j \in N_0 \setminus N_n} \bar{q}_j + \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j = \\ &= \bar{p}_i + \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j = p_i^* \quad \forall i \in N_n, \text{ если } Q > 0; \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^n \bar{a}_{ij}^* x_j = \sum_{j=1}^n d_{ij} x_j = p_i^* \quad \forall i \in N_n, \text{ если } Q = 0;$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \bar{a}_{ij}^* x_j &= \sum_{i=1}^n (\bar{a}_{ij} + d_{ij}) x_j = \sum_{i=1}^n \frac{\bar{p}_i \bar{q}_j}{Q} + \sum_{i=1}^n d_{ij} x_j = \\ &= \frac{\bar{q}_j}{Q} \sum_{i=1}^n \bar{p}_i + \sum_{i=1}^n d_{ij} x_j = \end{aligned}$$

$$= \bar{q}_j + \sum_{i=1}^n d_{ij} x_j = q_j^* \quad \forall j \in N_n \setminus N_0, \text{ если } Q > 0;$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \bar{a}_{ij}^* x_j &= \sum_{i=1}^n (\bar{a}_{ij} + d_{ij}) x_j = \sum_{i=1}^n d_{ij} x_j = 0 \quad \forall j \in N_0, \\ \text{если } Q > 0; \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n \bar{a}_{ij}^* x_j = \sum_{i=1}^n d_{ij} x_j = q_j^* \quad \forall j \in N_n, \text{ если } Q = 0.$$

Итак, совокупность  $(A^*, p^*, q^*, y^*, z^*)$  удовлетворяет условиям (4) и (5).

Выполнение условия (8) следует из неравенства (31) и равенств (33).

В соответствии с соотношениями (21), (22), (34) и (35), имеем  $\bar{p}_i \geq 0 \quad \forall i \in N_n, \bar{q}_j \geq 0 \quad \forall j \in N_n$ . Откуда, учитывая (36), (37) и неотрицательность  $x_j \quad \forall j \in N_n$ , получим, что  $\bar{a}_{ij} \geq 0$ . Поэтому в силу (38) справедливы неравенства  $a_{ij}^* \geq d_{ij} \quad \forall (i, j) \in N_n^2$ , т. е. неравенства (9) также выполнены.

Таким образом, совокупность  $(A^*, p^*, q^*, y^*, z^*)$  является решением системы (2)–(9). Теорема 1 доказана.

Рассмотрим задачу, в которой требуется найти минимум некоторой функции  $g(A, p, q, y, z)$  при условиях (2)–(9). Решение  $(A, p, q, y, z)$  системы (2)–(9) будем называть планом этой задачи, если функция  $g(A, p, q, y, z)$  определена в точке  $(A, p, q, y, z)$ . План задачи, обращающий в минимум функцию  $g(A, p, q, y, z)$ , называется

оптимальным планом или решением задачи. Задачу будем называть разрешимой, если не пусто множество оптимальных планов этой задачи.

Поскольку каждая из функций (1) и (16), а также функций (14) и (15) при положительных элементах матриц  $D$  и  $A^0$  определена в любой точке, то совместность системы (2)–(9) равнозначна разрешимости задач (1)–(9); (16), (2)–(9); (14), (2)–(9); (15), (2)–(9). Поэтому на основании теоремы 1 справедливо следующее утверждение, дающее критерий разрешимости этих задач.

**Теорема 2.** Для того чтобы каждая из задач (1)–(9) и (16), (2)–(9), а также задач (14), (2)–(9) и (15), (2)–(9) при положительных элементах матриц  $D$  и  $A^0$  была разрешима, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия (24)–(27).

Используя теорему 2, можно сформулировать следующее утверждение.

**Теорема 3.** Для того чтобы каждая из задач (1)–(13) и (16), (2)–(13), а также задач (14), (2)–(13) и (15), (2)–(13) при положительных элементах матриц  $D$  и  $A^0$  была разрешима, необходимо, чтобы выполнялись условия (24)–(27) и

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (g_i - h_i)(x_i - p_i^-) &\geq H, \\ \sum_{j=1}^n r_j(x_j - q_j^+) &\leq R, \\ \sum_{j=1}^n l_j(x_j - q_j^-) &\leq L, \\ \sum_{j=1}^n k_j(x_j - q_j^+) &\leq K. \end{aligned}$$

### **Вычислительные эксперименты по балансово-оптимизационной межотраслевой модели на отчетной информации Республики Беларусь**

Информационной базой, на которой проводилась апробация балансово-оптимизационной межотраслевой модели, являются отчетные МОБ Республики Беларусь за 2003–2010 гг., составленные в соответствии с Общесоюзным классификатором отраслей народного хозяйства (ОКОНХ) в разрезе 31 отрасли, а за 2011–2012 гг. – согласно методологии ОКЭД в разрезе 30 видов экономической деятельности. Отчетные МОБ вклю-



чают информацию о межотраслевых потоках продуктов, выпуске товаров и услуг, ВДС, расходах на КП, ПЗ в ценах покупателей, ПП, чистых налогах на продукты на использованные товары и услуги, о косвенно измеряемых услугах финансового посредничества.

Эта информация была агрегирована в 6 укрупненных отраслей: промышленность, сельское и лесное хозяйство, строительство, транспорт и связь, торговля и общественное питание, прочие отрасли за период с 2003 по 2012 г. На основе этих данных определены КПЗ (элементы матрицы  $\Lambda = (a_{ij})_{n \times n}$ ) и ПЗ отраслей в основных ценах ( $q_j$ ) по формулам:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j} \quad \forall i \in N_n, \forall j \in N_n / N_0,$$

$$q_j = \bar{q}_j - T_j \quad \forall j \in N_n,$$

где  $x_{ij}$  – величина межотраслевого потока продукции из  $i$ -й в  $j$ -ю отрасль, млн руб.;

$x_j$  – валовые выпуски  $j$ -й отрасли, млн руб.<sup>2</sup>;

$\bar{q}_j$  – ПЗ  $j$ -й отрасли в ценах покупателей, млн руб.;

$T_j$  – чистые налоги на продукты на использованные товары и услуги  $j$ -й отрасли, млн руб.

Было также скорректировано ПП услуг финансового посредничества и страхования на величину, равную косвенно измеряемым услугам финансового посредничества.

Исследована возможность приведения отчетных МОБ Республики Беларусь за разные годы ретроспективного периода, представленных в текущих ценах, к сопоставимому виду и условиям перехода на ОКЭД (Кравцов и др., 2014а). В результате проведенного анализа можно заключить, что такое преобразование отчетной информации в полной отраслевой номенклатуре в настоящее время крайне затруднительно, поскольку отсутствуют индексы цен для ряда подотраслей промышленности и видов услуг и нет однозначного соответствия между ОКОНХ и ОКЭД. Поэтому отчет-

<sup>2</sup> Заметим, что для рассматриваемой 6-отраслевой номенклатуры валовые выпуски положительны.

ная информация по МОБ Республики Беларусь, представленная в текущих основных ценах, приведена к сопоставимому виду в разрезе 6 укрупненных отраслей.

В данном пункте представлены результаты проведенных вычислительных экспериментов по балансово-оптимизационной межотраслевой модели с различными критериями (квадратичным, энтропийным с модулем, линейным) на информации отчетных МОБ Республики Беларусь за 2004–2012 гг. для 6-отраслевой номенклатуры в текущих и сопоставимых ценах. В качестве базовой использовалась матрица КПЗ предыдущего года.

Расчеты проводились по базовой и расширенной версиям модели по трем сценариям. В сценариях 1, 2 и 3 в качестве нижних (верхних) границ для ПП и ПЗ отраслей в прогнозном году были взяты их фактические значения, уменьшенные (увеличенные) на 5, 10 и 15% соответственно. Нижняя граница для суммарного значения ВДС отраслей в прогнозном году определена как сумма их фактических значений. В качестве нижней границы для внешне-торгового сальдо, а также верхних границ для объема потребления ТЭР, оплаты труда работников, объема инвестиций в основной капитал в прогнозном году были взяты их фактические значения. В качестве нижних границ элементов матрицы КПЗ для прогнозного года брались наименьшие фактические значения соответствующих элементов матриц КПЗ за 2003–2012 гг.

По базовой и расширенной<sup>3</sup> версиям балансово-оптимизационной межотраслевой модели с различными критериями (квадратичным, энтропийным с модулем, линейным) по трем сценариям для 2004–2012 гг. в 6-отраслевой номенклатуре были проведены расчеты и вычислены относительные погрешности<sup>4</sup> прогнозирования

<sup>3</sup> По расширенной версии модели расчеты проводились с 2005 г.

<sup>4</sup> Для вычисления погрешности прогноза матрицы КПЗ использовалась следующая формула:

$$\delta(A, A') = \sqrt{\sum_{i,j=1}^n (a'_{ij} - a_{ij})^2 / \sum_{i,j=1}^n (a'_{ij})^2}.$$

где  $A = (a_{ij})_{n \times n}$  – матрица КПЗ прогнозного года, рассчитанная по модели, а  $A' = (a'_{ij})_{n \times n}$  – фактическая матрица КПЗ прогнозного года. Относительные погрешности векторов КП, ВДС, ПП и ПЗ вычисляются аналогично.

элементов матрицы КПЗ и векторов ПП, ПЗ, КП, ВДС отраслей. На основе полученных данных для названных показателей были рассчитаны средние ошибки их прогнозов, построенных с использованием различных моделей (рис. 1-3).

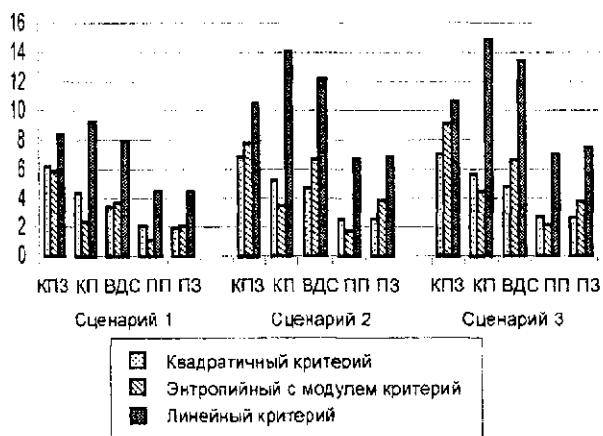


Рис. 1. Средние относительные погрешности прогнозируемых показателей Республики Беларусь за 2004–2012 гг. для 6-отраслевой номенклатуры в текущих ценах, полученных по базовой версии балансово-оптимизационной модели с различными критериями по альтернативным сценариям, %.

Источник. Авторская разработка.

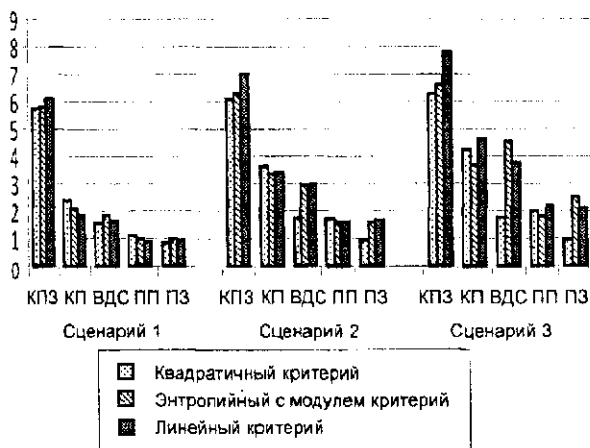


Рис. 2. Средние относительные погрешности прогнозируемых показателей Республики Беларусь за 2005–2012 гг. для 6-отраслевой номенклатуры в текущих ценах, полученных по расширенной версии балансово-оптимизационной модели с различными критериями по альтернативным сценариям, %.

Источник. Авторская разработка.

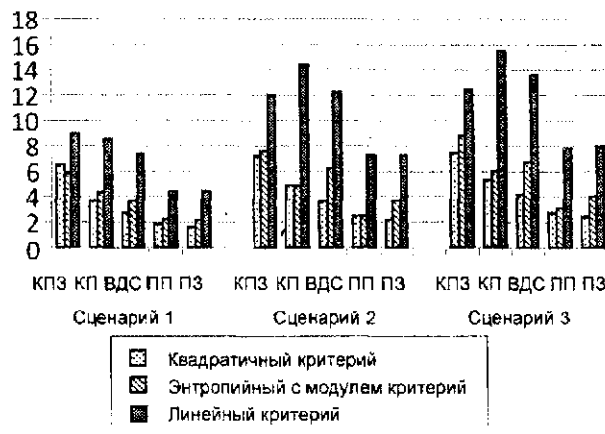


Рис. 3. Средние относительные погрешности прогнозируемых показателей Республики Беларусь за 2004–2012 гг. для 6-отраслевой номенклатуры в сопоставимых ценах, полученных по базовой версии балансово-оптимизационной модели с различными критериями по альтернативным сценариям, %.

Источник. Авторская разработка.

Относительные отклонения суммарных значений ВДС Республики Беларусь за 2004–2012 гг. для 6-отраслевой номенклатуры, рассчитанные по базовой и расширенной версии балансово-оптимизационной межотраслевой модели с квадратичным, энтропийный с модулем, линейным критериями по сценарию 2, от их фактических значений представлены на рис. 4–6.



Рис. 4. Относительные отклонения суммарных значений ВДС Республики Беларусь за 2004–2012 гг. для 6-отраслевой номенклатуры в текущих ценах, полученные по базовой версии балансово-оптимизационной модели с различными критериями согласно сценарию 2, от их фактических значений, %.

Источник. Авторская разработка.

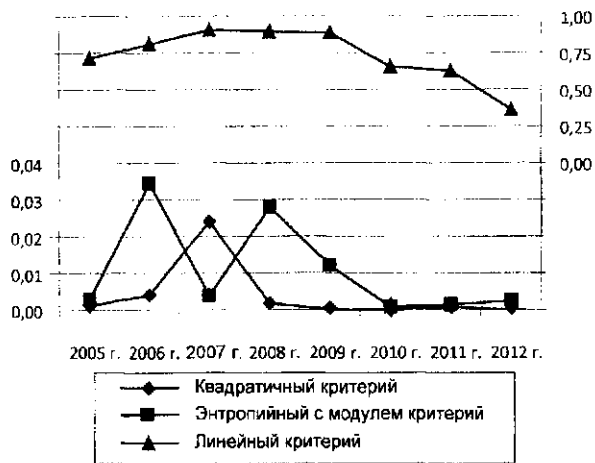


Рис. 5. Относительные отклонения суммарных значений ВДС Республики Беларусь за 2005–2012 гг. для 6-отраслевой номенклатуры в текущих ценах, полученные по расширенной версии балансово-оптимизационной модели с различными критериями согласно сценарию 2, от их фактических значений, %.

Источник. Авторская разработка.

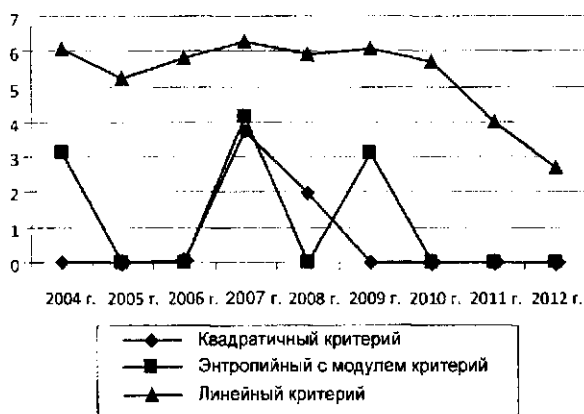


Рис. 6. Относительные отклонения суммарных значений ВДС Республики Беларусь за 2004–2012 гг. для 6-отраслевой номенклатуры в сопоставимых ценах, полученные по базовой версии балансово-оптимизационной модели с различными критериями согласно сценарию 2, от их фактических значений, %.

Источник. Авторская разработка.

\* \* \*

Проанализировав средние относительные погрешности прогнозируемых показателей по разным моделям, представленные на рис. 1–3, а также относительные отклонения рассчитанных по моделям суммарных значений ВДС отраслей от их факти-

ческих значений, приведенные на рис. 4–6, можно заключить следующее:

- базовая и расширенная версии балансово-оптимизационной межотраслевой модели с квадратичным и энтропийным по модулю критериями имеют большую достоверность по сравнению с линейной моделью в текущих и сопоставимых ценах (в текущих ценах). Что же касается модели с линейным критерием, то она достаточно сильно занижает прогнозные значения ПП и ПЗ и завышает КП и ВДС отраслей в базовой версии модели;

- по всем моделям и сценариям средние относительные погрешности прогнозируемых показателей в текущих ценах незначительно отличаются от их средних погрешностей в сопоставимых ценах;

- средние относительные погрешности прогнозируемых показателей в текущих ценах по расширенной версии балансово-оптимизационной межотраслевой модели меньше, чем по базовой версии этой модели;

- по всем моделям средние относительные погрешности прогнозируемых показателей с расширением границ для изменения переменных  $p_1, p_2, \dots, p_n; q_1, q_2, \dots, q_n$  постепенно растут.

По результатам проведенных экспериментов сделан вывод о том, что предложенная балансово-оптимизационная межотраслевая модель в базовом и расширенном вариантах (как с квадратичным, так и с энтропийным по модулю критериями) дает приемлемую точность прогноза и может быть использована при разработке прогнозов и программ социально-экономического развития страны.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

Апокин А. 2013. Роль технологического фактора в долгосрочных прогнозах мировой экономики. *Вопросы экономики*. № 1. С. 97–116.

Apokin A. 2013. Rol' tekhnologicheskogo faktora v dolgosrochnykh prognozakh mirovoi ekonomiki. [The role of technological change in the long-run global economy forecasting]. *Voprosy ekonomiki*. No 1. P. 97–116.

Величко А.С. 2011. Прогнозирование коэффициентов прямых затрат в условиях неполноты

статистических данных. *Вестник ТГЭУ*. № 1. С. 78–87.

**Velichko A.S.** 2011. Prognozirovanie koeffitsientov priamykh zatrat v usloviakh nepolnoty statisticheskikh dannyykh. [Coefficients prediction of direct expenditures under incomplete statistics]. *Vestnik TGEU*. No 1. P. 78–87.

**Карпец Э.П.** 2008. Прогнозирование бюджетных показателей на базе расширенной эконометрической модели таблиц затраты–выпуск. *Теорія оптимальних рішень*. № 7. С. 73–79.

**Karpets E.P.** 2008. Prognozirovanie budzhetnykh pokazatelei na baze rasshirennoi ekonomicheskoi modeli tablits zatraty-vypusk. [Budget indexes forecasting on basis of the advanced econometric model of input-output tables]. *Teoriia optimalnykh risheh*. No 7. P. 73–79.

**Кравцов М.К.** 2013. Моделирование межотраслевых связей белорусской экономики. *Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития*: материалы XIV Междунар. науч. конф. (Минск, 24–25 окт. 2013 г.): в 3 т. Под ред. А.В. Червякова. Минск: НИЭИ Мин-ва экономики Респ. Беларусь. Т. 1. С. 125–138.

**Kravtsov M.K.** 2013. Modelirovanie mezhotraslevykh svyazei belorusskoi ekonomiki. *Problemy prognozirovaniia i gosudarstvennogo regulirovaniia sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiia*: materialy XIV Mezhdunar. nauch. konf. (Minsk, 24–25 okt. 2013 g.): v 3 t. NIEI Ministerstva jekonomiki Respubliki Belarus'. [Modeling of interbranch links of the Belarusian economy]. Minsk: NIEI Ministerstva ekonomiki Respubliki Belarus'. Vol. 1. P. 125–138.

**Кравцов М.К., Борейко П.Н., Никитина А.К.** 2014а. Информационные и методические аспекты построения балансово-эконометрической межотраслевой модели отечественной экономики. *Экономика, моделирование, прогнозирование*: сборник научных трудов. Минск: НИЭИ Мин-ва экономики Респ. Беларусь. Вып. 8. С. 188–205.

**Kravtsov M.K., Boreiko N.N., Nikitsina A.K.** 2014a. Informatsionnye i metodicheskie aspekty postroeniia balansovo-ekonomicheskoi mezhotraslevoi modeli otechestvennoi ekonomiki. *Ekonomika, modelirovanie, prognozirovanie*. [Information and methodical aspects of construction of input-output econometric interbranch model of national economy]. Minsk: NIEI Ministerstva jekonomiki Respubliki Belarus'. Issue. 8. P. 188–205.

**Кравцов М.К., Антаневич А.А., Безрукова Н.Ю.** 2014б. Вычислительные эксперименты по исследованию математических моделей прогнозирования коэффициентов прямых затрат. *Экономика, моделирование, прогнозирование*: сборник научных трудов. Минск: НИЭИ Мин-ва экономики Респ. Беларусь. Вып. 8. С. 39–40.

**Kravtsov M.K., Antanevich A.A., Bezrukova N.Iu.** 2014b. Vychislitel'nye eksperimenty po issledovaniiu matematicheskikh modelei prognozirovaniia koeffitsientov priamykh zatrat. *Ekonomika, modelirovanie, prognozirovanie*. [Computation experiments on investigation of mathematical models of forecasting of direct cost coefficients (DCC)]. Minsk: NIEI Ministerstva jekonomiki Respubliki Belarus'. Issue. 8. P. 39–40.

**Кравцов М.К., Антаневич А.А.** 2014с. Балансово-оптимизационная модель прогнозирования развития отраслей белорусской экономики. *Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития*: материалы XV Междунар. науч. конф. (Минск, 23–24 окт. 2014 г.): в 3 т. Под ред. А.В. Червякова. Минск: НИЭИ Мин-ва экономики Респ. Беларусь. Т. 1. С. 112–121.

**Kravtsov M.K., Antanevich A.A.** 2014c. Balansovo-optimizatsionnaja model' prognozirovaniia razvitiia otraslei belorusskoi ekonomiki. *Problemy prognozirovaniia i gosudarstvennogo regulirovaniia sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiia*: materialy XV Mezhdunar. nauch. konf. (Minsk, 23–24 okt. 2014 g.). [Input-output balance-optimization model for forecasting development of the Belarusian economy]. Minsk: NIEI Ministerstva ekonomiki Respubliki Belarus'. Vol. 1. P. 112–121.

**Кравцов М.К., Крукова А.А.** 2005. Многокритериальный подход к моделированию взаимодействия экономики, энергетики и охраны окружающей среды. *Экономика и управление*. № 4. С. 13–18.

**Kravtsov M.K., Krukova A.A.** 2005. Mnogokriterial'nyi podkhod k modelirovaniiu vzaimodeistviia ekonomiki, energetiki i okhrany okruzhaushhei sredy. [Multiobjective approach to modeling energy-environment-economy interaction]. *Ekonomika i upravlenie*. No 4. P. 13–18.

**Кравцов М.К., Крукова А.А.** 2010. Оптимизационная модель выбора отраслевой структуры белорусской экономики. *Эконом. бюллетень НИЭИ Мин-ва экономики Респ. Беларусь*. № 4. С. 51–66.

**Kravtsov M.K., Krukova A.A.** 2010. Optimizatsionnaja model' vybora otraslevoi struktury belorusskoi ekonomiki. [Optimisation model of Belarusian economy branch structure choice]. *Ekonomicheskii biulleten' NIEI Ministerstva ekonomiki Respubliki Belarus'*. No 4. P. 51–66.

**Кравцов М.К., Лукшин Е.В., Позняков А.М.** 2004. Прогноз матрицы коэффициентов прямых затрат с помощью нелинейных оптимизационных моделей. *Белорусская экономика: анализ, прогноз, регулирование*. № 11. С. 3–13.

**Kravtsov M.K., Lukshin E.V., Pozniakov A.M.** 2004. Prognoz matricy koeffitsientov priamykh zatrat s pomoshch'iu nelineinykh optimizatsionnykh

- modelei. [Prediction of input-output coefficients matrix by means of nonlinear]. *Belorusskaia ekonomika: analiz, prognoz, regulirovanie*. No 11. P. 3–13.
- Кравцов М.К., Пашкевич А.В., Подкопачев Д.П.** 2002. Двухкритериальная модель оптимизации валового внутреннего продукта с учетом рационального использования топливно-энергетических ресурсов. *Белорусская экономика: анализ, прогноз, регулирование*. № 12. С. 23–29.
- Kravtsov M.K., Pashkevich A.V., Podkopachev D.P.** 2002. Dvukhkriterial'naiia model' optimizatsii valovogo vnutrennego produkta s uchiotom ratsional'nogo ispol'zovaniia toplivno-energeticheskikh resursov. [A two criteria model of optimization GDP taking into consideration fuel-energy resources conservation]. *Belorusskaia ekonomika: analiz, prognoz, regulirovanie*. No 12. P. 23–29.
- Кравцов М.К., Пашкевич А.В.** 2004. Многокритериальный подход к оптимизации валового внутреннего продукта. *Автоматика и телемеханика*. № 2. С. 198–207.
- Kravtsov M.K., Pashkevich A.V.** 2004. Mnogokriterial'nyi podkhod k optimizatsii valovogo vnutrennego produkta. [A Multicriteria Approach to Optimization of the Gross Domestic Product]. *Avtomatika i telemekhanika*. No 2. P. 198–207.
- Крачковский А.П.** 2000. Корректировка коэффициентов прямых затрат на основе решения задачи линейного программирования транспортного типа. *Проблемы экономико-математического моделирования: сборник научных трудов*. Минск: НИЭИ Министерства экономики Республики Беларусь. С. 33–48.
- Krachkovskii A.P.** 2000. Korrektirovka koeffitsientov priamykh zatrat na osnove resheniia zadachi lineinogo programmirovaniia transportnogo tipa. *Problemy ekonomiko-matematicheskogo modelirovaniia*. [Correction of direct cost coefficients on the basis of the solution of linear-programming transport type problem]. Minsk: NIEI Ministerstva ekonomiki Respubliki Belarus'. P. 33–48.
- Леонтьев В.** 1958. *Исследования структуры американской экономики*. Москва: Госстатиздат.
- Leont'ev V.** 1958. *Issledovaniia struktury amerikanskoi ekonomiki*. [Studies in the Structure of the American Economy]. Moscow: Gosstatizdat.
- Макаров А.А., Шапот Д.В., Лукацкий А.М., Малахов В.А.** 2002. Инструментальные средства для количественного исследования взаимосвязей энергетики и экономики. *Экономика и математические методы*. Т. 38. № 1. С. 45–56.
- Makarov A.A., Shapot D.V., Lukatskii A.M., Malakhov V.A.** 2002. Instrumental'nye sredstva dlia kolichestvennogo issledovaniia vzaimosviazei energetiki i ekonomiki. [Tools for quantitative research of relationships between of economy and power engineering]. *Ekonomika i matematicheskie metody*. Vol. 38. No 1. P. 45–56.
- Михалевич М.В., Сергиенко И.В., Кошлай Л.Б.** 2001. Моделирование внешнеэкономической деятельности в условиях переходной экономики. *Кибернетика и системный анализ*. № 4. С. 61–84.
- Mikhalevich M.V., Sergienko I.V., Koshlai L.B.** 2001. Modelirovanie vneshneekonomicheskoi deiatel'nosti v usloviakh perekhodnoi ekonomiki. [Modelling foreign-economic activity for transition economy]. *Kibernetika i sistemnyi analiz*. No 4. P. 61–84.
- Суворов Н.В., Балашова Е.Е.** 2009. Модельный инструментальный прогнозно-аналитических исследований динамики межотраслевых связей отечественной экономики. *Проблемы прогнозирования*. № 6. С. 16–33.
- Suvorov N.V., Balashova E.E.** 2009. Model'nyi instrumentarii prognozno-analiticheskikh issledovaniia dinamiki mezhotraslevykh svyazei otechestvennoi ekonomiki. [A Modeling Toolkit for Predictive Analytical Studies of the Dynamics of Interindustry Relations in the Domestic Economy]. *Problemy prognozirovaniia*. No 6. P. 16–33.
- Суворов Н.В., Балашова Е.Е.** 2010. Прогнозно-аналитические исследования динамики межотраслевых пропорций реального сектора отечественной экономики. *Проблемы прогнозирования*. № 1. С. 40–62.
- Suvorov N.V., Balashova E.E.** 2010. Prognozno-analiticheskie issledovaniia dinamiki mezhotraslevykh proportsii real'nogo sektora otechestvennoi ekonomiki. [Predictive and Analytical Investigation of the Intersectoral Ratios Dynamics in the Russian Economy Real Sector]. *Problemy prognozirovaniia*. No 1. P. 40–62.
- Суворов Н.В., Балашова Е.Е.** 2011. Применение межотраслевого метода в исследовании факторов динамики выпуска отраслей реального сектора отечественной экономики. *Проблемы прогнозирования*. № 5. С. 19–38.
- Suvorov N.V., Balashova E.E.** 2011. Primenenie mezhotraslevogo metoda v issledovanii faktorov dinamiki vypuska otraslei real'nogo sektora otechestvennoi ekonomiki. [Application of the Interindustry Method for Studying the Factors of the Output Dynamics in the Branches of the Real Economy]. *Problemy prognozirovaniia*. No 5. P. 19–38.
- Шапкарев П., Димитрова П.** 1979. *Многоцелевая оптимизация при планировании народно-хозяйства*. Варна: Балаков.
- Shapkariov P., Dimitrova P.** 1979. *Mnogocелеva optimizatsiia pri planirane narodno stopanstvo*. [Multipurpose optimization in the planning of the national economy]. Varna: Balakov.

**Cho C.** 1999. The economic-energy-environmental policy problem: an application of the interactive multiobjective decision method for Cungkuk Province. *Journal of Environmental Management*. No 56. P. 119–131.

**Leontief W.** 1987. *Input-output analysis*. The New Polgrave. A Dictionary of Economics edited by J. Eatwell. London: Macmillan. Vol. 2. P. 860–864.

**Matuszewski T.J., Pitts P.R., Sawyer. J.A.** 1964. Linear programming estimates of Changes in input coefficients. *Canadian Journal of Economics and Political Science*. Vol. 30. No 2. P. 12–34.

**Oliveira C., Antuenes C.H.** 2002. A input-output model for decision support in Energy-

Economy planning – a multiobjective interactive approach. *Journal of Systems Analysis Modeling Simulation*. Vol. 42. P. 769–790.

**Oliveira C., Antuenes C.H.** 2004. A multiple objective model to deal with economy-energy-environment iterations. *European Journal of Operational Research*. Vol. 5. P. 370–385.

**Wallenius H., Wallenius J., Vartia P.** 1978. An approach to solving multiple criteria macroeconomic problems and applications. *Management Science*. Vol. 24. P. 1021–1030.

**Wang Q.** 2000. *Trade Flows and Trade Protection: A Multi-country and Multi-sectoral Investigation*. Dissertation. University of Maryland. College Park.

## FORECASTING MAIN INDICATORS OF BELARUS'S ECONOMY BASED ON BALANCE-OPTIMIZATION MODEL

Mikhail Kravtsov, Aliaksei Antanevich<sup>1</sup>

*Authors affiliation:* <sup>1</sup> Economic Research Institute of the Ministry of Economy of the Republic of Belarus (Minsk, Belarus).

*Corresponding author:* Aliaksei Antanevich (a.antanevich@gmail.com).

**ABSTRACT.** This paper presents the input-output balance-optimization model for analyzing and forecasting the main indicators of Belarus's economy. The model enables to exclude direct costs coefficients from the set of exogenous variables. The indicators of final products, gross values added, intermediate consumption and intermediate inputs by sectors are also endogenous in the model. There was obtained the criterion for consistency of the system of linear equations and inequalities which specify constraints in the model.

There have been made computational experiments of the information from the reported input-output tables of the Republic of Belarus over the period of 2004–2012. The results obtained show that the suggested model has an acceptable forecast precision and can be applied for developing forecasts and programs of the country's socio-economic development.

**KEYWORDS:** input-output tables, inter-sectoral links, balance-optimization model, quadratic criterion, module entropy criterion.

**JEL-code:** C61, C67, O21.



*Материал поступил 28.01.2015 г.*