БЕЛОРУССКИЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ. 2011. № 1. С. 28–36.

МАКРОМОДЕЛИРОВАНИЕ

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГОСУДАРСТВА НА ДИНАМИКУ МАКРОПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ

Э.М. Аксень,
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и экономической кибернетики Белорусского государственного экономического университета,

И.Н. Беляцкий,
аспирант Белорусского государственного университета

В данной работе описана разработанная нами методика оценки влияния макроэкономической политики государства на динамику показателей (ВВП, инфляцию, внутренние и иностранные инвестиции, чистый экспорт и др.). Подходы, на которые мы опираемся в исследованиях, позволяют в рамках одной модели использовать теоретический аппарат экономической теории и реальные данные. В этом состоит ее преимущество в сравнении с традиционной методикой, в рамках которой теоретические и эконометрические модели разные. Таким образом, данная методика дает возможность численно прогнозировать макроэкономическую динамику при различных вариантах государственной экономической политики с учетом интересов микроэкономических агентов.

Обзор литературы

Отметим, что стохастические модели в непрерывном времени уже достаточно давно используются в финансовой экономике [7]. В 70-х годах прошлого столетия стали появляться стохастические макромодели, описывающие динамику в непрерывном времени с использованием аппарата стохастических дифференциальных уравнений [6]. Использование непрерывного, а не дискретного времени в таких моделях отчасти связано с тем, что математический аппарат для решения стохастических динамических оптимизационных задач лучше развит для непрерывного времени, чем для дискретного. (В случае непрерывного времени часто удается получить аналитические решения для стохастических оптимизационных задач.) Одно из основных преимуществ использования стохастических моделей в макроэкономических исследованиях по сравнению с детерминированными моделями состоит в том, что они позволяют исследовать влияние разного рода рисков (финансовых, производственных) на макроэкономическое развитие. Кроме того, в отличие от детерминированных моделей их можно достаточно адекватно использовать для численного моделирования. При построении описанной ниже модели мы опирались на изложенные выше идеи [1]. Отметим также, что при разработке методики применения модели нами использовались подходы белорусских исследователей, учитывающие особенности национальной экономики [2; 4].

Основные различия между подходами, описанными в упомянутых работах и разработанными нами, заключаются в том, что, во-первых, мы берем «бесконечно малый» (а не бесконечный) горизонт оценивания для построения функций, описывающих межвременные полезности экономических агентов (см. замечание 2), и, во-вторых, наша модель неравновесная (в том смысле, что желаемый спрос не равен желаемому предложению). Использование нами бесконечно малого временного горизонта объясняется неопределенностью будущих значений некоторых ключевых переменных (например, доходностей заемного капитала), а также невозможностью решения сложных задач максимизации ожидаемой межвременной полезности в случае использования бесконечного временного горизонта. Неравновесный характер нашей модели объясняется тем, что, по нашему мнению, неравновесные динамические модели в некотором смысле достовернее отражают реальность, чем равновесные (поскольку реальная экономика, вообще говоря, не находится в равновесном состоянии в каждый отдельно взятый момент времени), а также невозможностью решения сложной системы нелинейных уравнений, описывающей равновесное состояние экономики.

Описание макромодели

Разработанная нами модель использует микроэкономические основы для учета рыночных механизмов через стремление к увеличению полезности микроэкономическими субъектами. Стохастический характер модели позволяет учитывать производственные и финансовые риски. Модель учитывает инфляционные опасения населения, а также опасения возможных дефолтов финансовых организаций. (При этом возможные дефолты моделируются при помощи случайных пуассоновских мер, что согласуется с общепринятым подходом использования таких мер для моделирования скачков случайных процессов, описываемых стохастическими дифференциальными уравнениями [3].)

Государство определяет экономическую политику, которая моделируется как набор экзогенно заданных функций $TX(S)$, $C_G(S)$, $TR(S)$, $MP(S)$, отражающих зависимость интенсивностей налоговых поступлений, конечного потребления государства, государственных трансфертов домашним хозяйствам и реальной эмиссии национальной валюты от вектора S реального состояния экономики, и функций $\overline{GL}(S), \bar{M}^f_G(S)$, $\bar{B}^d_G(S), \bar{B}^f_G(S), \bar{E}_G(S)$, описывающих зависимость желаемого (для государства) размера государственных активов (золотого запаса, запаса иностранной валюты, чистого заемного капитала в национальной и иностранной валютах и принадлежащего государству собственного капитала фирм-резидентов) от вектора реального состояния экономики. В данной статье предполагается, что вышеуказанные функции имеют следующий вид:

$$TX(S) = \alpha_{TX} Y\,,\ C_G(S) = \alpha_{CG} Y\,,$$

$$TR(S) = \alpha_{TR} Y\,,\quad MP(S) = \alpha_{MP} M_d\,, \qquad (1)$$

$$\overline{GL}(S) = \alpha_{GL} G(S), \bar{M}^d_G(S) = \alpha^d_M G(S), \\ \bar{M}^f_G(S) = \alpha^f_M G(S), \qquad (2)$$

$$\bar{B}^d_G(S) = \alpha^d_B G(S), \bar{B}^f_G(S) = \alpha^f_B G(S), \\ \bar{E}_G(S) = \alpha_E G(S), \qquad (3)$$

где α_{TX}, α_{CG}, α_{TR}, α_{MP} – экзогенно заданные константы;

Y – интенсивность производства ВВП;

M_d – реальная денежная база национальной валюты;

α_{GL}, α^d_M, α^f_M, α^d_B, α^f_B, α_E – константы, сумма которых равна единице;

G – суммарные чистые активы государства.

Экономический смысл вышеуказанных экзогенно заданных параметров экономической политики состоит в следующем. Параметр α_{TX} – это налоговая нагрузка на экономику (т. е. отношение налоговых поступлений к ВВП); α_{CG} – отношение конечного потребления государства к ВВП; α_{TR} – отношение государственных трансфертов домашним хозяйствам к ВВП; α_{MP} – отношение чистой денежной эмиссии к денежной базе, а α_{GL}, α^f_M, α^d_B, α^f_B и α_E – доли (в процентах) вышеуказанных активов государства в суммарных чистых активах государства.

Замечание 1. Представленная в данной статье методика работает также и для других функций, описывающих экономическую политику государства. Эти функции могут иметь более сложный вид в сравнении с формулами (1)–(3). Выбор функций вида (1)–(3) объясняется возможностью простой экономической интерпретации этих формул.

В каждый момент времени домашние хозяйства, фирмы-резиденты и иностранные инвесторы принимают решения, увеличивающие, соответственно, их межвременную полезность, ожидаемую полезность доходности собственного капитала и ожидаемую полезность доходности портфеля своих активов [1].

При этом решения, принимаемые экономическими агентами, должны быть согласованными (т. е. не нарушающими равенство реализованного спроса и предложения). Параметры динамики уровня цен в национальной валюте, реальной заработной платы и доходности заемного капитала устанавливаются в каждый момент времени таким образом, чтобы приблизить состояние соответствующих рынков к равновесному состоянию (в котором спрос равен предложению).

Формулы, описывающие межвременную полезность фирм, домашних хозяйств и иностранных инвесторов, находятся с использованием методов стохастического дифференциального исчисления [3].

Изложим в общих чертах разработанную нами методику построения функции, описывающей межвременную полезность фирм.

Определим доходность собственного капитала фирм-резидентов $y_E(t,T)$ за промежуток времени (t,T) следующим образом:

$$y_E(t,T)=\frac{\Pi_E(t,T)}{E(t)}, \tag{4}$$

где $\Pi_E(t,T)$ – прибыль за промежуток времени $(t,T]$;

$E(t)$ – собственный капитал фирм-резидентов в момент времени t.

В модели предполагается, что в каждый момент времени t фирмы-резиденты максимизируют ожидаемую полезность доходности собственного капитала:

$$\mathrm{E}_t\left\{u_E\left[y_E(t,T)\right]\right\}, \tag{5}$$

где E_t – оператор условного математического ожидания по доступной в момент времени t информации;

$\boldsymbol{u_E(y_E)}$ – заданная функция полезности фирм-резидентов.

Обозначим через X_E вектор, состоящий из активов фирм и уровня используемых в национальной экономике трудовых ресурсов (в некоторый момент времени). Заметим, что случайная доходность $y_E(t,T)$ (заданная формулой (4)) зависит от случайного процесса $X_E(\tau)$, $\tau \ge t$, поскольку случайный процесс $X_E(\tau)$ отражает решения фирм касательно объемов инвестирования в свои активы и количества используемого труда [1. С. 66–69]. Следовательно, значение функционала полезности $\mathrm{E}_t\left\{u_E\left[y_E(t,T)\right]\right\}$ также зависит от $X_E(\tau)$. Естественно считать, что случайный процесс $X'_E(\tau)$ «не хуже» случайного процесса $X''_E(\tau)$ в «текущий» момент времени t, если при достаточно малых значениях $\Delta t = T-t$ горизонта оценивания функционала полезности (5) значение этого функционала при $X'_E(\tau)$ не меньше его значения при $X''_E(\tau)$:

$$\mathrm{E}_t\left\{u_E\left[y'_E(t,T)\right]\right\}\ge \mathrm{E}_t\left\{u_E\left[y''_E(t,T)\right]\right\}. \tag{6}$$

(Здесь $y'_E(t,T)$ и $y''_E(t,T)$ – случайные доходности (4) при $X'_E(\tau)$ и $X''_E(\tau)$ соответственно.)

Замечание 2. Выполнение неравенства (6) при достаточно малых значениях $\Delta t = T-t$ понимается в обычном для математического анализа смысле, а именно: существует положительное число $\varepsilon>0$, такое что для любых положительных значений Δt, меньших либо равных ε, справедливо неравенство (6).

Через $U_E(X_E)$ обозначим следующую функцию:

$$U_E\left(X_E\right)=r_E-\frac{1}{2}\rho_E\sigma_E\sigma_E^T+\lambda\int u_E\left[\zeta_E(x)\right]P(dx). \tag{7}$$

Здесь X_E – состояние случайного процесса (описывающего размеры активов фирм и уровень используемых в национальной экономике трудовых ресурсов) в «текущий» момент времени t, а скаляр r_E, вектор σ_E и функция $\zeta_E(x)$ определяются вектором X_E и описывают, соответственно, ожидаемую доходность, случайные колебания и возможные скачки собственного капитала фирм-резидентов;

λ и $P(x)$ – ожидаемое число скачков случайной пуассоновской меры и вероятностное распределение этих скачков;

ρ_E – коэффициент абсолютной нерасположенности к риску функции полезности фирм [1. С. 59–69].

Нами доказано, что если случайный процесс $X_E'(\tau)$ «не хуже» случайного процесса $X_E''(\tau)$ в момент времени t (в указанном выше смысле, т. е. должно выполняться неравенство (6) при достаточно малых значениях $\Delta t = T - t$), то имеет место неравенство:

$$U_E\left(X_E'\right) \geq U_E\left(X_E''\right). \qquad (8)$$

(Здесь X_E' и X_E'' – состояния случайных процессов $X_E'(\tau)$ и $X_E''(\tau)$ в текущий момент времени t.) Это дает нам основание считать в рамках данной модели, что в каждый момент времени t фирмы-резиденты стараются увеличить значение функции $U_E(X_E)$ (заданной формулой (7)).

Замечание 3. Равносильность неравенств (7) и (8) при достаточно малых значениях $\Delta t = T - t$ (замечание 2) дает нам основание использовать термин «бесконечно малый» горизонт оценивания в контексте построения функции (7), описывающей межвременную полезность фирм-резидентов.

Представленный подход использован нами также при построении функций, описывающих межвременные полезности домашних хозяйств и иностранных инвесторов.

Для нахождения согласованных оптимальных решений экономических агентов решается задача квадратического программирования. Целевая функция в этой оптимизационной задаче представляет собой сумму взвешенных квадратов отклонений принимаемых экономическими агентами решений от оптимальных для них решений (описываемых градиентами функций полезности). Ограничения задачи отражают согласованность принимаемых решений (например, суммарное изменение заемного капитала всех субъектов экономики должно равняться нулю).

В конечном счете, динамика экономической системы описывается векторным стохастическим дифференциальным уравнением:

$$dS(t) = \mu_S\left[S(t)\right]dt + \sigma_S\left[S(t)\right]dW(t) + \\ + \int \zeta_S\left[x, S(t)\right]\nu(dx, dt), \qquad (9)$$

где $S(t)$ – вектор реального состояния экономики;

$\mu_S(S), \sigma_S(S)$ и $\zeta_S(x,S)$ – векторозначные функции, зависящие от вектора состояния экономики и описывающие, соответственно, снос, диффузию (случайные колебания) и скачки компонент вектора $S(t)$;

$W(t)$– стандартный векторный винеровский процесс;

$\nu(dx, dt)$ – случайная пуассоновская мера [3].

Отметим, что указанные выше функции $\mu_S(S), \sigma_S(S)$ и $\zeta_S(x,S)$ зависят от экономической политики государства (см. формулы (1)–(3)). Характер данной зависимости такой же, как и для равновесной модели, представленной в [1] (формула (2.293) указанной монографии).

Замечание 4. Как уже было упомянуто выше, аппарат стохастических дифференциальных уравнений используется для моделирования макроэкономической динамики начиная с 70-х годов прошлого столетия [6]. При этом случайные колебания описываются при помощи винеровских процессов, а случайные скачки – при помощи случайных пуассоновских мер, что согласуется с общепринятым подходом, используемым для моделирования динамики стохастических систем [3].

С помощью соотношений (9), описывающих динамику экономической системы, можно получить (просчитать) случайные траектории переменных модели и оценить соответствующие вероятностные распределения (методом статистических испытаний Монте-Карло, [3]). Соответствующий алгоритм реализован нами на языке программирования пакета Matlab 7.

Калибровка модели

Параметры модели подбираются таким образом, чтобы прогнозные (для прошлых периодов времени) значения были как можно ближе к реальным данным. В качестве критерия близости прогнозных значений к реальным данным используется сумма квадратов относительных отклонений прогнозных значений от эмпирических данных, т. е. следующее выражение:

$$F(q) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{s} \left(\frac{\hat{x}_i(t_k, q) - x_i(t_k)}{x_i(t_k)} \right)^2, \qquad (10)$$

где $x_i(t_k)$ – известное реальное значение макропоказателя вида i в момент времени t_k (k=1,..., n);

$\hat{x}_i(t_k, q)$ – прогнозное значение показателя вида i в момент времени t_k, зависящее от вектора $q = (q_1,..., q_r)$ значений параметров модели [1].

Алгоритм минимизации функции (10) является эвристическим, основан на методе Гаусса–Ньютона [5] и состоит в следующем. На каждой итерации с помощью исходного (для этой итерации) вектора параметров $q^{(l-1)} = \left(q_1^{(l-1)},..., q_r^{(l-1)}\right)$ находятся прогнозные значения макропоказателей $\hat{x}_i\left(t_k, q^{(l-1)}\right)$ и вычисляется значение выражения (10). (Здесь верхний индекс l – это номер итерации.) Затем прогнозные значения макропоказателей вычисляются также при небольших изменениях значений $q_j^{(l-1)}$ параметров (отдельно для каждого параметра). Это позволяет оценить частные производные $\frac{\partial \hat{x}_i}{\partial q_j}\left(t_k, q^{(l-1)}\right)$ прогнозных значений макропоказателей по параметрам q_j. С помощью этих частных производных можно аппроксимировать выражение (10) квадратической функцией относительно переменных q_j. Новые значения $q_j^{(l)}$ параметров находятся в результате численного решения соответствующей задачи квадратического программирования. Этот найденный новый вектор $q^{(l)}$ параметров используется в качестве исходного на следующей итерации. Процесс прекращается, когда на некоторой итерации новый вектор параметров $q^{(l)}$ достаточно близок к исходному (для данной итерации) вектору $q^{(l-1)}$, и при этом значение $F(q^{(l)})$ функции (10) для нового вектора параметров достаточно мало отличается от значения $F(q^{(l-1)})$ этой функции для исходного (для данной итерации) вектора параметров.

Отметим наличие линейных ограничений при численном решении задачи минимизации выражения (10), связанных с неотрицательностью некоторых параметров, а также с другими соображениями экономического характера.

Разработанный и описанный в данном разделе алгоритм оценки указанных выше параметров модели реализован нами на языке программирования пакета Matlab 7.

Замечание 5. На данном этапе исследований еще не разработана методика выбора начальных значений $q_j^{(0)}$ параметров для описанного выше алгоритма. При реализации алгоритма нами использовались различные варианты значений $q_j^{(0)}$. (При разных начальных значениях $q_j^{(0)}$ последовательности $q_j^{(l)}$ стремились к одним и тем же пределам.)

Замечание 6. Аналитические формулы для прогнозных значений $\hat{x}_i(t_k, q)$ переменных модели нами не получены. Значения $\hat{x}_i(t_k, q)$ мы находим в результате численного решения векторного стохастического уравнения (9) методом статистических испытаний (и усреднения полученных значений по прогонам).

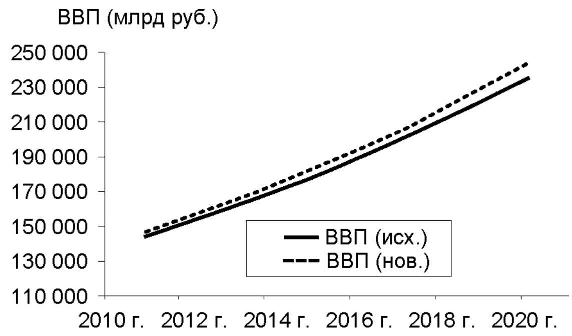
Исследование влияния различных вариантов государственной экономической политики на динамику макропоказателей

Напомним, что государственная экономическая политика моделируется как набор экзогенно заданных функций, описанных в п. 2. В данной статье предполагается, что эти функции имеют вид (1)–(3). Таким образом, экономическая политика описывается набором экзогенно заданных параметров α, экономический смысл которых указан в п. 2. В качестве набора этих параметров для базового варианта государственной экономической политики нами взят следующий набор, основанный на эмпирических данных для экономики Республики Беларусь с 2005 по 2009 г.:

$\alpha_{TX} = 0{,}36333$, $\alpha_{CG} = 0{,}18319$, $\alpha_{TR} = 0{,}11929$,
$\alpha_{MP} = 0{,}05$, $\alpha_{GL} = 5{,}9076\text{e-}7$ (т.е. $5{,}9076 \cdot 10^{-5}$),
$\alpha_M^f = 2{,}5392\text{e-}8$, $\alpha_B^d = -1{,}6284\text{e-}5$, $\alpha_B^f = 0{,}039627$,
$\alpha_E = 0{,}96039$.

При получении прогнозов нами использовались значения параметров модели, найденные с помощью алгоритма, описанного в п. 3, на основе эмпирических данных для белорусской экономики.

В целях иллюстрации предлагаемой нами методики рассмотрим несколько гипотетических сценариев макроэкономической политики. Исследуем, например, влияние увеличения денежной эмиссии на ВВП и конечное потребление домашних хозяйств. Пусть новое значение параметра α_{MP} равно 0,3. (Напомним, что исходное значение этого показателя равнялось 0,05.)



Примечание. Соответствующие прогнозные значения получены с помощью представленной модели.

Рис. 1. Влияние денежной эмиссии на динамику интенсивности производства ВВП.

Источник. Авторская разработка.

Как видим (рис. 1), увеличение денежной эмиссии приводит к небольшому росту ВВП.

Увеличение денежной эмиссии приводит к росту средней зарплаты (рис. 2).

Подобные графики можно построить для сравнительного анализа динамики всех остальных эндогенных переменных модели.

В качестве второго гипотетического варианта экономической политики рассмотрим снижение (желаемой) доли α_E принадлежащего государству собственного капитала фирм-резидентов в суммарных чистых активах государства, например, с 0,96039 до

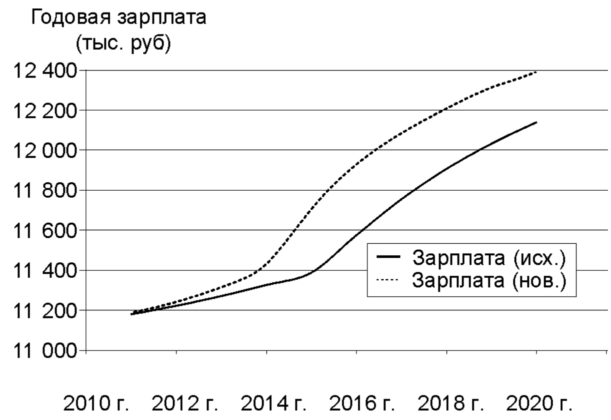


Рис. 2. Динамика интенсивности выплаты средней годовой заработной платы для двух вариантов экономической политики.

Источник. Авторская разработка.

0,4 и соответственное увеличение доли α_{GL} государственного золотого запаса с 5,9076е-7 до 0,56039.

Как видно из рис. 3, снижение доли принадлежащего государству собственного капитала фирм-резидентов в суммарных чистых активах государства и соответствующее увеличение доли α_{GL} государственного золотого запаса не влияет на ВВП.

Отметим, что по излагаемой методике можно также рассматривать гипотетические варианты экономической политики, состоящие в изменении нескольких параметров одновременно.

Замечание 7. Полученные результаты носят иллюстративный характер для представления разработанной нами методики исследования влияния государственной экономической политики на динамику мак-

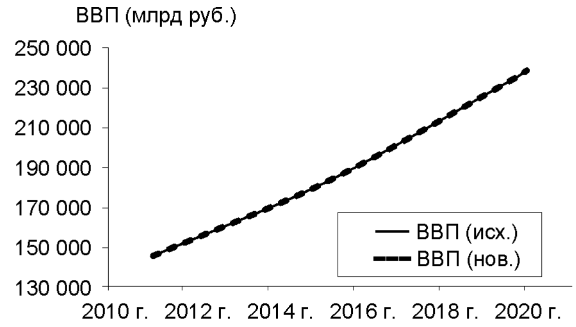


Рис. 3. Динамика интенсивности производства ВВП для двух вариантов экономической политики.

Источник. Авторская разработка.

ропоказателей. (При написании данной статьи не ставилось целью исследование сценариев экономической политики, наполненных реальным содержанием.)

Коэффициенты изменения макроэкономических показателей

Для оценки влияния параметров экономической политики на макроэкономические показатели удобно использовать коэффициенты, равные изменениям прогнозных значений соответствующих показателей в расчете на единицу изменения параметров экономической политики. Математически эти коэффициенты (обозначаемые в дальнейшем через a_{ij}) равны частным производным соответствующих показателей по параметрам экономической политики, т. е. $a_{ij} = \dfrac{\partial \hat{x}_i}{\partial \alpha_j}$, где $\hat{x}_i$ – прогнозное значение показателя i (в некоторый момент либо период времени), α_j – значение параметра j макроэкономической политики.

Например, если $\hat{x}_i$ – это интенсивность производства ВВП в некоторый момент времени t_k, а α_j – налоговая нагрузка на экономику (т.е. отношение налоговых сборов к ВВП), то коэффициент a_{ij}, умноженный на 0,01, показывает, на сколько единиц изменится ВВП (в момент времени t_k) при увеличении налоговой нагрузки в расчете на 1%.

Для численной оценки частных производных $\dfrac{\partial \hat{x}_i}{\partial \alpha_j}$ будем использовать приближенную формулу:

$$\frac{\partial \hat{x}_i}{\partial \alpha_j} \approx \frac{\hat{x}_i\left(\alpha_1,\ldots,\alpha_{j-1},\alpha_j+\Delta\alpha_j,\alpha_{j+1},\ldots,\alpha_m\right)}{\Delta\alpha_j} - \frac{\hat{x}_i\left(\alpha_1,\ldots,\alpha_{j-1},\alpha_j,\alpha_{j+1},\ldots,\alpha_m\right)}{\Delta\alpha_j}, \qquad (11)$$

где $\hat{x}_i\left(\alpha_1,\ldots,\alpha_{j-1},\alpha_j,\alpha_{j+1},\ldots,\alpha_m\right)$ – прогнозное значение показателя x_i при исходном наборе параметров экономической политики;

$\hat{x}_i\left(\alpha_1,\ldots,\alpha_{j-1},\alpha_j+\Delta\alpha_j,\alpha_{j+1},\ldots,\alpha_m\right)$ – прогнозное значение показателя x_i при измененном значении параметра α_j;

$\Delta\alpha_j$ – (достаточно малое) изменение параметра α_j (см. также замечание 6).

Значения коэффициентов a_{ij} найдены с помощью программы, написанной нами на языке программирования пакета Matlab 7. Например, значение 8255 коэффициента a_{ij}, описывающего влияние изменения налоговой нагрузки на интенсивность ВВП в начале 2020 г., означает, что при увеличении налоговой нагрузки на 1% прогнозная интенсивность производства ВВП в начале 2020 г. увеличивается на 82,55 млрд руб. (в ценах начала 2009 г.).

Для оценки изменения прогнозных значений макропоказателей при достаточно малых изменениях параметров экономической политики можно использовать формулу:

$$\Delta\hat{x}_i \approx a_{ij}\cdot\Delta\alpha_j. \qquad (12)$$

Например, при снижении налоговой нагрузки на 3% (т. е. на 0,03) прогнозная интенсивность производства ВВП в начале 2020 г. изменится следующим образом (в ценах начала 2009 г.):

$$\Delta\hat{x}_i \approx a_{ij}\cdot\Delta\alpha_j = 8255\cdot(\text{-}0{,}03) = \text{-}\,247{,}65 \text{ млрд руб.}$$

При одновременных (достаточно малых) изменениях нескольких параметров экономической политики формула (12) запишется в более общем виде:

$$\Delta\hat{x}_i \approx \sum_j a_{ij}\cdot\Delta\alpha_j. \qquad (13)$$

Например, при снижении налоговой нагрузки на 3% и увеличении интенсивности чистой денежной эмиссии на 2% прогнозная интенсивность производства ВВП в начале 2020 г. изменится следующим образом (в ценах начала 2009 г.):

$$\Delta\hat{x}_i \approx a_{ij}\cdot\Delta\alpha_j\cdot 100 = 8255\cdot(\text{-}0{,}03)+41635\cdot 0{,}02= =5850{,}5 \text{ млрд руб.}$$

При исследовании влияния достаточно больших изменений параметров экономической политики на изменение значений макроэкономических показателей приближенная формула (13) может давать достаточно большие погрешности. Поэтому ее целесообразно использовать на начальном этапе таких исследований, а затем следует получить прогноз при новых значениях параметров.

Обратное прогнозирование

Обратное прогнозирование (англ. backcasting) в данном контексте – это методика, позволяющая подобрать такой набор значений параметров экономической политики, при котором обеспечивается достижение определенных значений макроэкономических показателей в будущем.

Пусть $\Delta\hat{x}_i$ равно разности между желаемым значением макропоказателя (в некоторый момент времени в будущем) и прогнозным значением этого показателя при использовании исходного варианта экономической политики (описываемого набором исходных значений параметров экономической политики), а $\Delta\alpha_j$ – разность между рассматриваемым и исходным значениями параметра экономической политики.

В соответствии с равенством (13), для того чтобы достичь (в некотором приближении) желаемых значений $\Delta\hat{x}_i$, нужно решить относительно переменных $\Delta\alpha_j$ систему линейных уравнений:

$$\sum_j a_{ij} \cdot \Delta\alpha_j = \Delta\hat{x}_i, \qquad (14)$$

где индекс i принимает значения, соответствующие видам исследуемых макропоказателей, а индекс суммирования j принимает значения, соответствующие видам параметров экономической политики, значения которых могут меняться.

Замечание 8. Если среди параметров экономической политики в системе уравнений (14) имеются доли отдельно взятых активов государства в суммарных активах государства, к этой системе уравнений следует также добавить условие равенства нулю для суммы изменений таких параметров. Например, если в системе (14) присутствуют доли всех активов государства, то такое условие имеет вид:

$$\Delta\alpha_{GL} + \Delta\alpha_M^f + \Delta\alpha_B^d + \Delta\alpha_B^f + \Delta\alpha_E = 0. \qquad (15)$$

Замечание 9. Для того чтобы получить набор новых значений параметров экономической политики, нужно прибавить к исходным значениям найденные значения $\Delta\alpha_j$.

Замечание 10. С помощью системы уравнений (14) (при необходимости дополненной уравнением вида (15)) мы получим всего лишь приближенное решение задачи обратного прогнозирования. Для получения более точного решения следует взять новый набор параметров α_j в качестве исходного, получить для него новые прогнозные значения параметров $\hat{x}_i$, рассчитать новые значения $\Delta\hat{x}_i$, получить новую матрицу коэффициентов a_{ij} и заново решить систему уравнений (14) (уже при новых значениях a_{ij} и $\Delta\hat{x}_i$). Данную процедуру следует повторять до тех пор, пока новые прогнозные значения макропоказателей $\hat{x}_i$ не станут достаточно близкими к желаемым значениям (или, что то же самое, пока новые значения $\Delta\hat{x}_i$ не станут достаточно близкими к нулю).

Замечание 11. В системе уравнений (14) (при необходимости дополненной уравнением вида (15)) число переменных $\Delta\alpha_j$ может не совпадать с числом уравнений. В этом случае точное решение может не существовать либо решение может быть не единственное.

В данной статье мы ограничимся рассмотрением случая, когда в системе уравнений (14) (при необходимости дополненной уравнением вида (15)) число переменных $\Delta\alpha_j$ совпадает с числом уравнений. Запишем эту систему в матричном виде:

$$A \cdot \Delta\alpha = \Delta x, \qquad (16)$$

где A – матрица коэффициентов левых частей уравнений (которая состоит из коэффициентов a_{ij} и, возможно, из единиц);

Δx – вектор-столбец правых частей уравнений (состоящий из значений $\Delta\hat{x}_i$ и, возможно, из нуля);

$\Delta\alpha$ – вектор-стобец переменных $\Delta\alpha_j$.

В случае, когда в системе уравнений (14) (при необходимости дополненной уравнением вида (15)) число переменных $\Delta\alpha_j$ совпадает с числом уравнений, матрица A – квадратная. Предположим, что эта матрица не вырождена. Тогда решение матричного уравнения (16) имеет вид:

$$\Delta\alpha = B \cdot \Delta x, \qquad (17)$$

где

$$B = A^{-1}, \qquad (18)$$

т. е. B – это обратная матрица для матрицы A.

Обозначив через b_{ij} элемент матрицы B, находящийся на пересечении строки i и столбца j, матричную формулу (17) можно записать в скалярном виде:

$$\Delta\alpha_i = \sum_j b_{ij} \cdot \Delta x_j. \qquad (19)$$

Замечание 12. Из равенства (19) несложно понять экономический смысл коэффициентов b_{ij}. Коэффициент b_{ij} показывает, на сколько нужно изменить значение параметра α_j экономической политики в расчете на единичное изменение макропоказателя x_j (так, чтобы при этом значения других макропоказателей остались прежними). Важно отметить, что для достижения такого результата (т. е. увеличения значения x_j на единицу при неизменности значений других макропоказателей) должны одновременно измениться (на b_{ij}) значения всех параметров экономической политики.

В соответствии с замечанием 10, формулы (17), (18) дают всего лишь приближенное решение. Для получения более точного решения следует применить процедуру, описанную в этом замечании.

* * *

Итак, в данной статье описана разработанная нами стохастическая неравновесная модель, предназначенная для исследования влияния государственной экономической политики на динамику макропоказателей, описан алгоритм калибровки модели, приведены примеры использования модели для сравнительного анализа различных вариантов экономической политики. Кроме того, в данной работе описана методика анализа чувствительности прогнозных значений макропоказателей к изменению параметров экономической политики и представлен алгоритм получения обратных прогнозов, позволяющий подобрать такой набор значений параметров экономической политики, при котором в будущем обеспечивается достижение определенных значений макроэкономических показателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аксень Э.М.* Стохастическое моделирование динамики макроэкономических показателей. Минск: БГЭУ, 2006.

2. *Комков В.Н., Беляцкий И.Н.* Макромодель для анализа и прогнозирования инфляции издержек // Банковский вестник. 2007. № 16.

3. *Пугачев В.С., Синицын И.Н.* Теория стохастических систем. М.: Логос, 2000.

4. *Руденков В.М.* Развитие экономики Беларуси: модель и проблемы // Белорусский журнал международного права и международных отношений. 2003. № 1.

5. *Bjцrck A.* Numerical methods for least squares problems. SIAM, Philadelphia, 1996.

6. *Bourguignon F.* A Particular Class of Continuous-Time Stochastic Growth Models // Journal of Economic Theory. 1974. № 9.

7. *Merton Robert C.* Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time Case // Review of Economics and Statistics. 1969. 51(August).

8. *Turnovsky Stephen J.* Methods of Macroeconomic Dynamics (Second Edition). MIT Press, 2000.

■ ■ ■

Материал поступил 07.09.2010 г.