Н.Н.АНОХИНА

МОДЕЛИ ТЕОРИИ ИГР В МАРКЕТИНГОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ТОРГОВЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

При решении экономических задач, в том числе и маркетинговых приходится анализировать ситуации, в которых сталкиваются интересы двух или более конкурирующих сторон, преследующих различные цели. Такого рода ситуации называются конфликтными. Они особенно характерны для социально-экономического периода, в котором находятся сейчас предприятия Республики Беларусь.

Формализация содержательного описания конфликта представляет его математическую модель, которую называют игрой.

Ей присущи следующие черты:

множество заинтересованных сторон (игроков);

возможные действия (стратегии) каждой из сторон;

интересы сторон, представленные функциями выигрыша (платежа) для каждого из игроков.

Математическая теория конфликтных ситуаций (теория игр) разрабатывает рекомендации по наиболее рациональному образу действий каждого из участников. Вместе с тем на практике многие экономические задачи, в том числе и из области маркетинга приходится решать в условиях полной или частичной неопределенности. Особенно это касается маркетинговых служб торговых предприятий,

---

Наталья Николаевна АНОХИНА, аспирантка кафедры прикладной математики и экономической кибернетики БГЭУ.

которые вынуждены принимать во внимание множество случайных факторов. Это и обусловливает возможность использования теории статистических игр, базирующихся на теории матричных игр двух лиц с ненулевой суммой. Одного игрока называют природой (совокупность обстоятельств), другого — статистиком (тот, кто принимает решения).

По структуре статистические игры включают следующие элементы: множество состояний природы П = (П$_ь$ ...., пД где П$_;$ — отдельное /-е состояние; множество решений статистика *А* = (А$_($, ..., А„), где А$_г$ — отдельное *i-е* решение статистика, и функцию потерь статистика £(П$_;$, А,), которая определяется как произведение множеств состояний природы и решений статистика.

Если статистик имеет возможность провести эксперимент с целью получения дополнительной информации о состоянии природы, то функция потерь .ЦП,, Aj) в исходной стратегической игре уже не будет удовлетворять статистика как основа принятия решения. Имея дополнительную информацию о состоянии природы в виде вектора оценок *X* = (х$_{t>}$ *K, х^)* состояний природы П = (Щ, ..., П$_к$), статистик при принятии решения А; е А будет руководствоваться какой-то функцией решения *d*($\bar{x}$). Функция решений *d*($\bar{x}$), отображающая множество выборок экспериментов *X* в множестве решений статистика А = (Aj, ..., *А„),* называется нерандомизированной функцией статистика. Множество всех нерандомизированных функций решения *d*($\bar{x}$) обозначим через *D.* Статистик ивда оптимальную функцию решения *d* е D, которая будет его стратегией. Для сравнения различных функций решения и выбора из них наилучшей статистик должен знать их характеристики и критерии выбора. Числовой характеристике! функции решения *d(x)* является функция риска ЖП, D), которая для фиксированного состояния природы П и выбранной функции решения *d* е *D* играс роль платежа в игре статистика с природой.

Функция риска определяется как произведение П • *D.* Для каждой нерандомизированной функции решения d_m*е* *D* и состояния природы П$_;$ (/ = 1, 2, ..., *k)* рис ЖПу, d_m*)* определяется по формуле

$$R(\Pi_j,\, d_m) = \sum_{i=1}^{s} aU_j, A_i) - P\{x_i / U_j\},$$

где *P{X; /* П,} — условная вероятность оценки x_i при состоянии природы $П_j$ (г = 1, 2, ...,: У= 1, 2, ..., '*).

Далее в матрице ЖП, *D)* ведется поиск минимальной стратегии, для чего каждом столбце матрицы отыскивается наибольший элемент, а затем среди ни выбирается минимальный. Столбец с этим минимальным элементом указывает ю комое решение статистика в зависимости от результата эксперимента.

Рассмотренные методы теории статистических игр наиболее эффективно Moгj быть использованы для решения проблемы уценки товаров. Например, на осноі переучета выяснено, что торговое предприятие имеет 1000 нереализованных ед] ниц товара, средняя цена за единицу которого равна 20 000 р. Затраты на их пр обретение составили 14 000 р. Если товар вовремя не продать, то из-за изменч] вости вкусов и предпочтений потребителей в будущем спрос на него будет ничто? но мал, и, как следствие, увеличатся торговые запасы и издержки. Руководсп предприятия решает снизить цены, чтобы вызвать дополнительный спрос на сво продукцию. Однако решение о размере снижения цен при сезонной распродаж товаров должно быть обдуманным, чтобы потери торгового предприятия были м нимальными. Маркетинговая служба рассматривает 4 варианта снижения цены на 20, 30, 40 и 50 %. При этом необходимо учесть предполагаемую реакцию пок пателей на сезонное снижение цен. Она измеряется эластичностью спроса от цен! показывающей, на сколько процентов в среднем возрастет спрос на товар, если е цена снижена на 1 %.

Сезонное снижение цен можно рассматривать как игру торгового предприят с природой. Решение о размере снижения цен есть решение, принимаемое в уст виях неопределенности. В рассматриваемой задаче в качестве статистика выступ ет торговое предприятие, а в качестве природы — реакция покупателей на изме1 ние цены, т.е. имеет место эластичность спроса от цены, о которой торговое пр приятие в данный момент не знает. Спрос на товар может быть как малоэласп ным, так и высокоэластичным. Информация об эластичности спроса может быть получена на основе результатов экспресс-опроса покупателей либо из ранее проведенных наблюдений и расчетов. В качестве показателей, характеризующих стратегию природы, выступает распределение вероятностей, с которыми природа применяет свои стратегии Пу, что соответствует малоэластичному спросу П) и сильноэластичному спросу $П_2$. Возможными стратегиями торгового предприятия могут быть 4 стратегии A_i (i = 1, 2, 3, 4) уровня снижения цены, соответственно на 20, 30, 40 и 50 %. Коэффициенты эластичности при малой эластичности спроса от цены на товар составляют 1; 1,1; 1,2; 1 и при высокой эластичности спроса от цены —. 1,3;2,4;2;1,9.

Предполагаемый объем продажи товара в результате снижения цены определяется по формуле эластичности спроса от цены, которая имеет вид

$$Э = \frac{\Delta Q}{Q} : \frac{\Delta P}{P},$$

откуда

$$\Delta Q = (Э \cdot Q)\frac{\Delta P}{P},$$

где Э — эластичность спроса от цены, Q — спрос на товар при заданной цене (Р) на него, ДР — абсолютное изменение цены, Д£) — прирост спроса на товар при снижении цены на него на величину АР.

Так как $\frac{\Delta P}{P} = A_i$, т.е. проценту снижения цены, то предполагаемый объем продаж ΔQ_i в зависимости от коэффициента эластичности может быть вычислен по формуле

$$\Delta Q_i = A_i \cdot Э_i \cdot Q.$$

При состоянии природы П) и $П_2$ значения функции потерь для решений A_1, A_2, A_3 и A_4 вычисляются как разность между закупочной стоимостью нераспроданных 1000 единиц товара и выручкой от предполагаемого объема продаж после снижения цен.

Представим соответствующие расчеты в табл. 1 и 2 применительно к состояниям природы $П_1$ и $П_2$.

Таблица 1. **Состояние природы $П_1$**

Решение статистика	Снижение цены, %	Новая цена, тыс. р.	Предполагаемый объем продаж в результате снижения цен, шт.	Предполагаемый объем продажи, млн р.	Закупочная цена товара, млн р.	Потери, млн р.
A_1	20	16	200	3,20	14,00	10,80
A_2	30	14	330	4,62	14,00	9,38
A_3	40	12	480	5,76	14,00	8,24
A_4	50	10	500	5,00	14,00	9,00

Таблица 2. **Состояние природы $П_2$**

Решение статистика	Снижение цены, %	Новая цена, тыс. р.	Предполагаемый объем продаж в результате снижения цен, шт.	Предполагаемый объем продажи, млн р.	Закупочная цена товара, млн р.	Потери, млн р.
A_1	20	16	260	4,16	14,00	9,84
A_2	30	14	720	10,08	14,00	3,92
A_3	40	12	800	9,60	14,00	4,40
A_4	50	10	950	9,50	14,00	4,50

По этим данным составим платежную матрицу игры (табл. 3).

Таблица 3. **Матрица значений функции** потерь $L(П, A)$, млн р.

П	A			
	A_1	A_2	A_3	A_4
$П_1$	10,80	9,38	8,24	9,00
$П_2$	9,84	3,92	4,40	4,50

Анализируя значения функции потерь как элементы матрицы игры, можно заметить, что решения А, и A_4 доминируются решением A_3, т.е. потери при стратегии A_3 явно меньше, чем при стратегиях А, и $А_4$. Основываясь на принципах теории игр, эти доминирующие стратегии статистика можно не принимать во внимание и вычеркнуть первый и четвертый столбцы матрицы, т.е. не будем рассматривать решения о снижении цен на 20 и 50 %. Тогда получим новую матрицу игры (табл. 4).

Таблица 4. **Редуцированная матрица значений функции потерь, млн р.**

П	AS::____A__^_II	A,___:J
$П_1$	9,38	8,24
$П_2$	3,92	**4,40**

В большинстве случаев торговое предприятие не обладает статистической информацией об ожидаемых покупках. Чтобы найти решение игры, предположим сначала, что оба состояния природы равновероятны, т.е. Р(П,) = $Р(П_2)$ = 0,5. Тогда оценка средних потерь торгового предприятия при выборе стратегии A_2 составит a_2 = 0,5 • 9_v38 + 0,5 • 3,92 = 6,65 млн р., а если избрана стратегия A_3, то средние потери будут равны a_3 =0,5 • 8,24 + 0,5 • 4,40 = 6,32 млн р. Ясно, что стратегия A_3 с точки зрения минимизации потерь предпочтительна.

Оценим принимаемое решение с точки зрения риска торгового предприятия. Для этого составим матрицу рисков. В данном случае риск определяется как разность между потерями при данной стратегии игрока и состояния природы с минимально возможными потерями при наиболее благоприятном состоянии природы. Для наших данных матрица рисков имеет вид, представленный в табл. 5.

Таблица 5. **Матрица рисков**

П	A	
	A_2	A_3
$П_1$	1,14	0
$П_2$	0	0,48

Итак, с точки зрения риска предпочтительнее также стратегия A_3. Это обстоятельство является еще одним аргументом в пользу принятия решения о снижении цен на 40 %.

Поскольку величина риска определяется только исходя из величины потерь и, связана с вероятностями состояний природы, то вывод о предпочтительности стратегии A_3 сохраняется вне зависимости от поступления новой информации о вероятностях состояний П, и $П_2$, чего нельзя сказать в том случае, когда решение принимается исходя из оценки средних потерь. Средние потери при использовании стратегий A_2 и A_3 сравниваются, когда вероятности Р(П,) и $Р(П_2)$ окажутся равными значениям, полученным в результате решения следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \text{ГРШ,)} \cdot 9{,}38 + P(П_2) \cdot 3{,}92 - P(Я_г) \cdot 8{,}24 + P(П_2) \cdot 4{,}40, \\ P(П_1) + P(П_2) = 1, \end{cases}$$

т.е. Р(П,) = 0,296 и $Р(П_2)$ = 0,704.

Таким образом, если есть основания ожидать, что вероятность осуществления высокоэластичного спроса превысит 0,704, то с точки зрения уменьшения средних потерь следует начать придерживаться стратегии A_2. Однако эта стратегия по-прежнему будет повышенного риска по сравнению со стратегией A_3.

Допустим, что маркетинговая служба торгового предприятия перед принятием одного из возможных решений (A_2 или A_3) имеет возможность получить дополнительную статистическую информацию о состоянии природы путем анкетного опроса покупателей. Цель опроса — понаблюдать, как потенциальные покупатели будут реагировать на предлагаемое снижение цен, т.е. выяснить, каков реальный спрос на сезонный товар — малоэластичный (х,) или высокоэластичный (x_2). При проведении анкетного опроса покупатели должны ответить, например, на вопрос: "При каком размере цены (30, 40 %) Вы приобрели бы наш товар?". Результаты опроса представим в виде двумерного множества X = {х,, x_2}, где x_x — низкая оценка, а x_2 — средняя высокая оценка эластичности спроса от цены. Если результаты опроса показали, что с 30 %-ным снижением цены согласились 10 % опрошенных, с 40 %-ным снижением цены — также 10 %, а остальные 80 % анкетируемых практически отказались от покупки, не выбрав ни одно число, то следует сделать вывод, что спрос на исследуемый товар в результате предполагаемого снижения цен оказался малоэластичным.

Учитывая возможность ошибок при проведении единовременного анкетного опроса случайно отобранных покупателей, примем следующие условные распределения результатов $X\backslash$ и x_2 в зависимости от действительного состояния природы ГЬ и $П_2$, т.е. от мало- или высокоэластичного спроса:

$P\{x_x$ / Щ = 0,7 $\qquad$ P{x, / $П_2\}$ = 0,2

$P\{x_г$ / Щ = 0,3 $\qquad$ $P\{x_2$ / $П_2\}$ = 0,8.

Приведенные условные распределения результатов *Xi* и x_2 в зависимости от действительного состояния природы Ш и П, являются априорными величинами, полученными на основе многих ранее проведенных наблюдений.

С учетом двух возможных экспериментальных оценок $X\backslash$ и x_2, которым соответствует одно из двух допустимых решений торгового предприятия — A_2 или A_3, множество нерандомизированных функций будет состоять из четырех элементов, т.е. число элементов множества $D = \{d_{it}\ d_2,\ d_{it}\ d_t\}$. Нерандомизированные функции для значений оценок $X\backslash$ и x_2 приведены в табл. 6.

Таблица 6. Нерандомизированные функции

x	d			"1
	d_1	d_2	d_3	d_4
x_1	A_2	A_2	A_3	A_3
x_2	A_2	A_3	A_2	A_3

Нерандомизированные функции с учетом результатов эксперимента, как было указано выше, помогают выбрать то или иное решение. Например, функция d_3 означает, что нужно принять решение A_3, если результатом эксперимента является x_2. Для каждой их этих четырех нерандомизированных функций решения можно с учетом обоих состояний природы IL и $П_2$, вычислить значение функций риска /?(П, *d)* по формуле (1).

Для П, и rf, получим ЖЩ, d,) = 9,38 • 0,7 + 9,38 • 0,3 = 9,38. Функция решения d_x как результату эксперимента $X\backslash$, так и результату x_2 приписывает решение *Ai,* которое при действительном состоянии природы Щ обусловливает потерю 9,38 млн р., причем соответствующие этому состоянию природы условные вероятности результатов x_x и x_2 составляют 0,7 и 0,3.

Вычислим остальные значения функции риска:

$R(U_U\ d_2)$ = 9,38 • 0,7 + 8,24 • 0,3 = 9,038;

ЖП,, $d_3)$ = 8,24 • 0,7 + 9,38 • 0,3 = 8,582;

ЖП,, *di)* = 8,24 • 0,7 + 8,24 • 0,3 = 8,240;

Ж$П_2$, $d_x)$ = 3,92 • 0,2 + 3,92 • 0,8 = 3,920;

Ж$П_{2(}$ $d_2)$ = 3,92 • 0,2 + 4,40 • 0,8 = 4,304;

Ж$П_2$, $d_3)$ = 4,40 • 0,2 + 3,92 • 0,8 = 4,016;

Ж$П_2$, $d_4)$ = 4,40 • 0,2 + 4,40 • 0,8 = 4,400;

Значения функции риска ЖП, *d)* запишем в матрицу (табл. 7).

Таблица 7. **Матрица значений функции риска *R(H, d)***

П	d			
	d_1	I___d,	^ITZZIrfZ	d_4
П,	9,380	9,038	8,582	8,240
П^	3,920	Ц304	4,016	4,400

Для этой матричной игры находим оптимальное решение. Оптимальным будет такое решение о размере сезонного снижения цен на рассматриваемый товар, которое максимально защищает торговое предприятие от высоких потерь. Наиболее осторожной функцией решения будет минимаксная стратегия статистика. Выбираем для каждого столбца матрицы значений функции риска максимальный элемент, а затем среди них — минимальный элемент, тем самым определяем столбец *dj* с этим минимальным элементом.

В решаемой задаче среди максимальных элементов минимальным является число 8,240. Этому числу соответствует нерандомизированная минимаксная функция решения d_t.

Поскольку эта функция определялась при условии, что *d^xd* $= A_3$ и *ёЛх*$_2$*)* $= A_3$, то в данном случае оптимальной, т.е. наиболее осторожной стратегией торгового предприятия, начинающего сезонное снижение цен на свой товар, будет стратегия снижения цен на 40 %. Это относится к случаю, когда по результатам анкетирования спрос оценивается как малоэластичный, и к случаю, когда оценка указывала на высокоэластичный спрос.

Рассмотренный выше пример наглядно показывает, как могут быть использованы модели теории игр в ситуациях, с которыми приходится сталкиваться работникам маркетинговых служб торговых предприятий нашей республики. Безусловно, представленное решение одной из задач, стоящих перед маркетинговыми службами торговых предприятий, не исчерпывает всех возможностей применения теории игр на практике, однако оно подтверждает достаточную универсальность подхода к решению практических задач игровыми методами, показывает значение теории игр для научно обоснованного принятия маркетинговых решений и актуальность ее применения в современных условиях.