

На основе проведенных исследований предложен алгоритм действий при разработке системы ключевых показателей эффективности в банке:

- идентификация показателей деятельности банка;
- выбор ключевых показателей эффективности деятельности банка;
- расчет КРІ и определение системы измерения КРІ – «план/факт»;
- создание отчетности по ключевым показателям эффективности.

Показатели рассматриваются в динамике к предыдущему периоду и в сравнении с планом. Таким образом, система КРІ позволяет контролировать и оценивать эффективность выполняемых действий.

Список источников

1. Бюллетень банковской статистики (2010 год). № 5 (66). – Минск, 2011.
2. Бюллетень банковской статистики (2011 год). № 04 (77). – Минск, 2012.
3. Бюллетень банковской статистики (2012 год). № 12 (85). – Минск, 2013.
4. Официальный сайт Национального Банка Республики Беларусь [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.nbrb.by – Дата доступа: 20.06.2013.

Д. П. Папаламова

Научный руководитель – кандидат физико-математических наук
С. С. Белявский

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МЕЖДУНАРОДНОЙ ЭКОНОМИКИ

В работе исследуются некоторые аспекты поведения модели международной торговли, построенной на основе системы дифференциальных уравнений Кейнса. Выявлены различные случаи поведения системы (устойчивое, периодическое, хаотическое), возникающие при различных значениях параметров. Полученные результаты могут быть использованы для исследования перспектив развития региональных макроэкономических процессов.

Упрощенная модель делового цикла Кейнса, описывается детерминированной системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}\frac{dY}{dt} &= \alpha(I(Y, r) - S(Y, r)), \\ \frac{dr}{dt} &= \beta(L(Y, r) - \frac{M}{P}),\end{aligned}\tag{1}$$

где Y – доход; R – процентная ставка; L – функция спроса на деньги; M – постоянное номинальное денежное предложение; P – фиксированные цены товаров; $I(Y, r)$ – функция спроса на инвестиции ($I_Y > 0$, $I_r < 0$); $S(Y, r)$ – функция сбережений ($S_Y > 0$, $S_r > 0$) α, β – положительные коэффициенты, которые определяют результирующую реакцию экономических агентов на отклонение систем от состояния равновесия.

Множество точек $\{(Y,r)|L(Y,r) = S(Y,r)\}$ образует IS-кривую экономики, множество точек $\{(Y,r)|L(Y,r) = M/p\}$ образуют LM-кривую экономики.

Эта система отражает тот факт, что превышение спроса на инвестиции над сбережениями приводит к возрастанию дохода, и наоборот; и что если спрос на деньги выше, чем их предложение, то ставка процента прибыли растет.

Условия, налагаемые на входящие в систему функции и их производные ($I_y > 0, I_r < 0; S_y > 0, S_r > 0, L_y > 0, L_r < 0$), означают, что инвестиции находятся в прямой зависимости от объема выпуска продукции и в обратной от процентной ставки. Международную экономику можно рассматривать как возмущения изолированных экономик. Тогда модель международной торговли между тремя странами может быть записана в виде системы шести уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dY_1}{dt} &= (I_1(Y_1, r_1) - S_1(Y_1, r_1) - Ex_1(Y_1, Y_2)), \\ \frac{dr_1}{dt} &= \left(L_1(Y_1, r_1) - \frac{M_1}{P_1} \right), \\ \frac{dY_2}{dt} &= (I_2(Y_2, r_2) - S_2(Y_2, r_2) - Ex_2(Y_1, Y_2)), \\ \frac{dr_2}{dt} &= \left(L_2(Y_2, r_2) - \frac{M_2}{P_2} \right), \\ \frac{dY_3}{dt} &= (I_3(Y_3, r_3) - S_3(Y_3, r_3) + Ex_3(Y_1, Y_2)), \\ \frac{dr_3}{dt} &= \left(L_3(Y_3, r_3) - \frac{M_3}{P_3} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где функции $Ex_i(Y_j, Y_k)$ и $Ip(Y)$ отражают экспорт и импорт в торговле между странами. Здесь i принимает значения 1, 2 или 3.

Рассмотрим случай, когда функции $I(Y, r)$, $S(Y, r)$, $L(Y, r)$ – линейные, а функция экспорта $Ex(Y_j, Y_k)$ – нелинейная, представленная в виде произведения валовых продуктов стран-партнеров. Приведя подобные члены в правых частях уравнений, получим следующую систему:

$$\begin{aligned} \frac{dY_1}{dt} &= s1 * Y_1 - \delta 1 * r_1 - a 1 * Y_2 * Y_2, \\ \frac{dr_1}{dt} &= n1 * Y_1 - b 1 * r_1 - C 1, \\ \frac{dY_2}{dt} &= s2 * Y_2 - \delta 2 * r_2 - a 2 * Y_1 * Y_2, \\ \frac{dr_2}{dt} &= n2 * Y_2 - b 2 * r_2 - C 2, \\ \frac{dY_3}{dt} &= s3 * Y_3 - \delta 3 * r_3 - a 3 * Y_1 * Y_2, \\ \frac{dr_3}{dt} &= n3 * Y_3 - b 3 * r_3 - C 3. \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, мы получили по 5 параметров для описания каждой страны: s, δ, n, b, a . Параметр a характеризует долю экспорта страны в ее валовом продукте.

Численное моделирование проводилось и с использованием пакетов Mathematica и MatLab. Динамика модели изучалась в Simulink.

Поскольку все собственные значения матрицы линейной части системы, линеаризованной в окрестности данной особой точки, действительны и имеют один и тот же знак. Известно, равновесие устойчиво, если они отрицательны, неустойчиво – если положительны. В этом случае точка равновесия называется устойчивым или неустойчивым узлом.

При исследовании построенной нами модели были получены некоторые результаты. Было установлено, при каких значениях параметров система (3) является устойчивой, при каких неустойчивой, при каких имеет циклический характер и при каких может возникнуть аттрактор. Рассмотрим ряд случаев.

При

$$\begin{aligned} s_1=3; \delta_1=28; a_1=0.0008; n_1=5; b_1=4; C_1=65; \\ s_2=3; \delta_2=30; a_2=0.0009; n_2=5; b_2=4; C_2=60; \\ s_3=3; \delta_3=27; a_3=0.0007; n_3=5; b_3=3.5; C_3=70 \end{aligned}$$

имеется устойчивая точка равновесия (рис. 1), причем значения валового дохода и процентные ставки для различных стран различные.



Рис. 1. Стабильное поведение системы

Проанализировав полученные данные, а также визуальный результат, можно сказать, что при определенно подобранных параметрах система устойчива.

2. При

$$\begin{aligned} s_1=4; \delta_1=28; a_1=0.0004; n_1=5; b_1=4; C_1=80; \\ s_2=3; \delta_2=30; a_2=0.0001; n_2=5; b_2=3; C_2=30; \\ s_3=3; \delta_3=27; a_3=0.0002; n_3=5; b_3=3; C_3=50 \end{aligned}$$

имеется устойчивый предельный цикл. Можно таким образом выбрать начальные условия, что траектория системы представляет замкнутую кривую (рисунок 2).



Рис. 2. Циклическое развитие экономик

То есть, экономики всех стран развиваются по замкнутым циклам - они не имеют точки стабилизации, а также не возникает никаких флуктуаций.

3. При

$$s_1=4; \delta_1=28; a_1=0.004; n_1=5; b_1=4; C_1=100;$$

$$s_2=3; \delta_2=30; a_2=0.0001; n_2=5; b_2=3; C_2=3;$$

$$s_3=3; \delta_3=27; a_3=0.0003; n_3=5; b_3=3; C_3=5$$

возникает хаос (рис. 3).



Рис. 3. Возникновение хаоса в развитии экономик

При данных параметрах решение системы ведет себя хаотически, и невозможно предсказать, как система поведет себя на больших отрезках времени.

Из полученных результатов можно сделать вывод, что данная модель в зависимости от выбора управляющих параметров может иметь стабильное поведение (устойчивое или неустойчивое) или нестабильное, например, детерминированный хаос.

Список источников

1. Михайлушкин, А. И. Международная экономика / А. И. Михайлушкин, П. Д. Шимко. - М., 2002.
2. Занг, В. Б. Синергетическая экономика. Время и переменны в нелинейной экономической теории / В. Б. Занг; пер. с англ.; сост. В. В. Лебедева, В. Н. Разжевайкина. - М., 1999.
3. Демидович, Б. П. Лекции по математической теории устойчивости / Б. П. Демидович. - М., 2000.