О ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ ДЛЯ ФУНКЦИИ LINPROG ПАКЕТА MATLAB 6.5, ПРОВЕДЕННОМ НА ОДНОМ КЛАССЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Лукшин Е.В., научный сотрудник

НИЭИ Минэкономики Республики Беларусь, г. Минск

Исследуется проблема получения оптимального целочисленного решения с помощью функции `linprog` пакета Matlab 6.5, реализующей алгоритмы модифицированного симплекс-метода и прямодвойственного метода внутренней точки (ПМВТ), следующей задачи:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{t=1}^{n} c_{ijt} x_{ijt} \to \min, \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{t=1}^{n} x_{ijt} = 1 \ \forall i \in N_n, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{n} x_{ijt} = 1 \ \forall j \in N_n, \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ijt} = 1 \ \forall t \in N_n, \tag{4}$$

$$x_{ijt} \quad 0 \ \forall (i, j, t) \in N_n^3, \tag{5}$$

где $x = \|x_{ijt}\|_n$ – трехиндексная матрица неизвестных порядка n, $N_n = \{1, 2, ..., n\}$, $N_n^3 = N_n \times N_n \times N_n$, а трехиндексная матрица $c = \|c_{ijt}\|_n$ порядка n сформирована посредством датчика случайных чисел, настроенного на работу с целыми числами из отрезка [0, 100].

Отметим, что задача (1) – (4) с дополнительным ограничением

$$x_{ijt} \in \{0,1\} \ \forall (i, j, t) \in N_n^3 \tag{6}$$

является *NP*-полной и имеет многочисленные приложения, в том числе и в экономике.

С использованием компьютера Pentium III – 750, 128 Mb RAM, ОС Windows 2000 Professional были решены серии из 1000 задач (1) – (5) для каждого n = 3, 4, ..., 20. Полученные для каждого из реализованных в функции `linprog` алгоритмов результаты сведены в таблицу.

Таблица

Доля задач (в %), для которых получено оптимальное целочисленное решение

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Симплекс-метод	69,3	57,4	43,6	32,4	22,3	20,9	14,2	8,5	7,0	5,6	4,7	3,7	3,0	2,6	2,0	1,7	1,4	1,3
ПМВТ	72,2	58,2	47,3	34,8	25,1	21,5	15,6	9,7	7,8	6,2	5,2	4,1	3,5	3,0	2,3	2,0	1,8	1,7

В результате проведенных вычислительных экспериментов установлено, что при $n = 3$ доля задач, для которых функция `linprog` находила оптимальное целочисленное решение, составляет 69,3 % для модифицированного симплекс-метода и 72,2 % для ПМВТ, причем с ростом n их доля значительно уменьшается (так, например, при $n = 20$ она составляет соответственно 1,3 % и 1,7 %). С одной стороны, это согласуется со следующим теоретическим результатом, полученном в [1, 2]: с ростом n отношение числа целочисленных вершин многогранника, заданного системой уравнений и неравенств (2) – (5), к общему числу вершин этого многогранника, стремится к нулю. Но с другой стороны, функция `linprog` более, чем в половине случаев не находит оптимального целочисленного решения задачи (1) – (4), (6) при n
5, хотя такие решения существуют [3].

Литература

1. Кравцов М.К., Лукшин Е.В. О нецелочисленных вершинах многогранника многоиндексной аксиальной задачи выбора // Известия вузов. Математика. 1999. № 12. С. 65 – 70.

2. Кравцов М.К., Кравцов В.М., Лукшин Е.В. О нецелочисленных вершинах многогранника трехиндексной аксиальной задачи о назначениях // Дискретная математика. 2001. Т. 13, вып. 2. С. 120 – 143.

3. Кравцов М.К., Крачковский А.П. Асимптотический подход к решению многоиндексной аксиальной проблемы выбора // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 1999. № 2. С. 123 – 126.