Г.О. Читая, д-р экон. наук, профессор
БГЭУ (Минск)

К ВОПРОСУ ОБРАБОТКИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Обработка временных рядов различных показателей с целью извлечения из них полезной информации одна из главных задач эконометрики. Однако во многих случаях внимание уделяется не исследованию свойств самой системы, а прогнозу динамики порожденного ею временного ряда. В этом направлении уже достаточно давно используются методы прогноза (экстраполяции) динамических рядов, относящихся к классу ARIMA. Их основная задача — выражение следующих значений показателя ряда через предыдущие после проведения определенной процедуры обработки ряда (сглаживание, k-кратное интегрирование и др.).

В литературе предлагаются специальные методы прогноза, которые основаны на работах Такенса [1]. Они используются в рамках теории нелинейных динамических систем в первую очередь для прогнозирования показателей, динамические ряды которых стационарны и отличаются хаотическим, квазипериодическим поведением. При этом следует принимать во внимание необходимость обеспечения «достаточной» длины ряда, «хорошего» поведения шумовой компоненты, что при использовании тех или иных методов аппроксимации требует фильтрации данных.

Среди методов обработки временных рядов правомерно выделить вейвлет-анализ, фликкер-шумовую спектроскопию, сингулярный спектральный анализ. В данной работе предлагается дальнейшее развитие метода сингулярно-спектрального анализа [2]. Алгоритм обработки временного ряда включает три этапа: 1) построение матрицы из исходного временного ряда; 2) вычисление главных компонент (метод снижения размерности исходной системы данных) и выбор наиболее значимых из них; 3) восстановление ряда по выбранным главным компонентам.

В основе большинства подходов, связанных с обработкой временных рядов $\{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$ лежит построение множества векторов задержек $S_i = (x_i, x_{i+1}, \ldots, xi_{-m})$, в соответствии с которым появляется возможность установить переход от исходного одномерного (скалярного) временного ряда к m-мерному.

$$X = \left(\begin{bmatrix} \varphi_m \\ \vdots \\ \varphi_2 \\ \varphi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{m-1} \\ \vdots \\ \varphi_3 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} \varphi_N \\ \vdots \\ \varphi_{N-m+2} \\ \varphi_{N-m+1} \end{bmatrix} \right), \qquad (1)$$

$\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_N$ — значения ряда в моменты времени $t = 1,2,\ldots,N$. Каждая квадратная скобка вектор в m-мерном пространстве задержек; последовательность таких векторов задает матрицу наблюдений $X_{m(N-m+1)}$

На практике задача перехода к главным компонентам сводится к поиску собственных векторов и собственных значений матрицы XX'. В общем случае аппроксимация матрицы получается как

$$\tilde{X} = V_{m\times r} V'_{m\times r} X, \qquad (2)$$

где $V_{m\times r}$ — часть матрицы собственных векторов (первые r столбцов), соответствующих r первым наиболее информативным главным компонентам.

Следующий шаг после аппроксимации матрицы X — восстановление исходного ряда.

Наиболее сложным моментом является определение размерности вектора задержек m. Наиболее популярным алгоритмом установления числа считается алгоритм Грассбергера—Прокачиа при наличии достаточно длинных временных рядов. Применительно к рядам экономических показателей сложности в определении m часто преодолеваются в рамках используемого метода прогноза. Имеющийся ряд разбивается на две неравные следующие друг за другом части, и меньшая из них используется для проверки качества прогноза, сделанного по другой части. Размерность, при которой получается лучший прогноз, считается оптимальным для данного ряда. Реализация рассмотренного подхода к обработке временного ряда позволяет его сгладить, снизить уровень случайных возмущений.

Литература

1. *Takens, F.* Detecting strange attractors in turbulence / F. Takens // Dynamical Systems and Turbulence. Lect. Notes in Math. V. 898. Eds. D.A. Rand, L.S. Young. — Berlin: Springer, 1981. — P. 336-381.

2. *Истомин, ИЛ.* К проблеме обработки временных рядов: расширение возможностей метода локальной аппроксимации посредством сингулярного спектрального анализа / И.А. Истомин, О.Л. Котляров, А.Ю. Лоскутов // Вест. МГУ. — Сер. Теоретическая и математическая физика. — 2005. — Т. 142. — № 1. — С. 148-159.