

**ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ
ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМУ И ИНТЕГРАЛЬНОМУ
ИСЧИСЛЕНИЮ (1 семестр)**

Основные вопросы

1. Множества. Операции над множествами.
2. Взаимно-однозначное соответствие. Счетные и несчетные множества.
3. Основные понятия для числовых множеств: ограниченное множество, граница и грань множества, предельная точка, открытое множество, замкнутое множество.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
5. Основные свойства бесконечно малых последовательностей. Связь между бмп и ббп.
6. Предел последовательности.
7. Свойства сходящихся последовательностей.
8. Монотонные последовательности. Число e как предел монотонной ограниченной последовательности.
9. Подпоследовательность. Теорема Вейерштрасса. Верхний и нижний пределы последовательности.
10. Способы задания функции. Основные элементарные функции. Элементарные функции.
11. Предел функции по Гейне. Односторонние пределы (по Гейне).
12. Предел функции по Коши. Односторонние пределы (по Коши).
13. Основные свойства пределов функций.
14. Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых.
15. Эквивалентные бесконечно малые функции. Таблица эквивалентных бмф. Применение.
16. Бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно больших.
17. Непрерывность функции в точке.
18. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной и обратной функции.
19. Точки разрыва функции и их классификация.
20. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
21. Производная функции в точке, ее геометрический и физический смысл.
22. Дифференцируемость функции.
23. Правила дифференцирования.
24. Таблица основных производных. Логарифмическое дифференцирование.
25. Дифференциал функции.
26. Производные и дифференциалы высших порядков.
27. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
28. Правило Лопиталья.
29. Формула Тейлора.
30. Формула Маклорена. Разложение основных функций по формуле Маклорена. Применение.

31. Условие монотонности функции. Достаточные условия локального экстремума.
32. Выпуклость графика функции и точки перегиба.
33. Асимптоты графика функции.
34. Эластичность функции и ее свойства.

Основные понятия и определения

i. Множество, объединение (пересечение, разность) множеств; отображение, сюръективное (инъективное, биективное) отображение; эквивалентные множества, счетные множества; ограниченные множества, верхняя (нижняя) граница (грань) множества; ε -окрестность точки, открытое (замкнутое множество), предельная точка множества.

ii. Числовая последовательность, ограниченная (неограниченная) последовательность, бесконечно большая (малая) последовательность; предел последовательности, сходящаяся последовательность; неубывающая (невозрастающая) последовательность, возрастающая (убывающая) последовательность, монотонная последовательность.

iii. Предел функции в точке по Гейне (по Коши), левый (правый) предел функции по Гейне (по Коши), предел функции при $x \rightarrow \infty$ ($x \rightarrow \pm\infty$) по Гейне (по Коши); первый и второй замечательные пределы; бесконечно малая (большая) в точке x_0 функция; бесконечно малая функция высшего порядка малости (одного порядка малости), эквивалентные бмф.

iv. Непрерывность функции в точке (на множестве, на отрезке), точка разрыва, устранимая точка разрыва, точка разрыва 1-го (2-го) рода.

v. Производная функции в точке, правая (левая) производная, дифференцируемость функции; дифференциал функции в точке, формула для вычисления дифференциала, инвариантность формы первого дифференциала.

vi. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа; формула Маклорена.

vii. Точка локального максимума (минимума), точка локального экстремума функции, локальный экстремум функции; точка перегиба графика функции; асимптоты графика функции (вертикальные и неvertикальные).

Вопросы для доказательства

Теорема о сходимости монотонной ограниченной последовательности; сходи-

мость последовательности $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$; первый и второй замечательные пределы (вывод); теорема о связи предела функции с односторонними пределами; теорема о непрерывности сложной функции; локальное свойство непрерывных функций; теорема Вейерштрасса о достижимости наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции; теорема Больцано-Коши; необходимое и достаточное условие диффе-

ренцируемости функции, правила дифференцирования (кроме частного и производной обратной функции), производные основных элементарных функций (вывод), инвариантность формы первого дифференциала; необходимое условие локального экстремума, теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши; первое правило Лопиталья; формула Тейлора (вывод); условие возрастания (убывания) функции; первое и второе достаточные условия экстремума; условие выпуклости (вогнутости) графика функции.